



1] Gjør det første uttrykket enklere, og vis de to siste.

a) $\frac{\sin(x) \cos^2(x) + \sin^3(x)}{2 \cos(x)}$

b) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$

c) $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)$

2] Skissér grafene for $x \in [0, 2\pi]$.

a) $\sin(\pi x)$

b) $1 + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

c) $\sin^2 x$

d) $\begin{cases} \cos x & \text{hvis } 0 \leq x \leq \pi \\ \sin x & \text{hvis } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$

e) $2^x \sin(2x)$

3] Finn den generelle løsningen av ligningene.

a) $\cos(2x + \pi) = -1$

b) $2 \sin^2(x) + \sin(x) = 0$

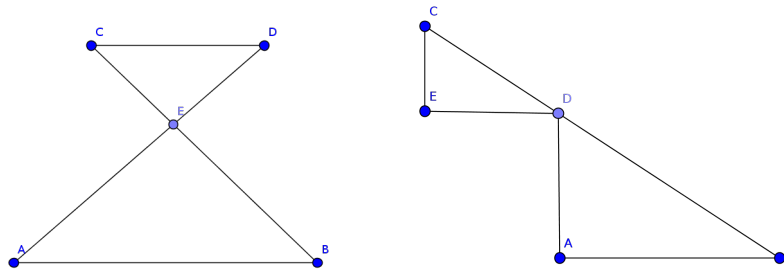
c) $\sin(2x) \cos(x) = 0$

d) $\tan(x) = -1$

4] Bestem eksaktverdiene for sinus og cosinus for radianene $\frac{\pi}{4}$ og $\frac{\pi}{3}$ (altså 45° og 60°).
Bruk dette til å finne eksaktverdien for $\frac{2\pi}{3}$. (Hint: Betrakt enhetssirkelen uten å lese av verdiene.)

5] a) Forklar hva som må være oppfylt for at to trekanter skal være formlike.

b) Bruk det du svarte i a) til å forklare hvorfor trekantene i hver av de to figurene under må være formlike. I figuren til venstre er CD og AD rette linjer, og CD er parallell med AB. I figuren til høyre er vinklene CED og DAB 90° .



Figur 1: Formlikhet

6 Vis at $|a + b| \leq |a| + |b|$ for alle $a, b \in \mathbb{R}$. (Hint: Bruk at $|x|^2 = x^2$ for alle $x \in \mathbb{R}$.)

7 Bevis følgende utsagn ved induksjon.

a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ for alle hele tall $n \geq 1$.

b) $4^n - 1$ er delelig med 3 for alle hele tall $n \geq 1$.

c) $\cos(u) \cdot \cos(2u) \cdot \cos(2^2u) \cdots \cos(2^{n-1}u) = \frac{\sin(2^nu)}{2^n \sin(u)}$ for alle hele tall $n \geq 1$.

Ekstraoppgave 1 Bevis at dersom n^2 er et partall, så er n et partall. (Hint: Anta at det motsatte er sant (altså bruk et kontrapositivt bevis), og bruk at et oddetall kan skrives som $2k + 1$ for alle $k \in \mathbb{Z}$.)

Oppsummeringsoppgave 1 Gå tilbake og gjør de oppgavene du ikke har rukket å gjøre tidligere i uka. (: