Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Oppfriskningskurs Sommer 2016

Øving 3

$\boxed{1}$ La $p(x) = x^5((x-2)^2 + 2x - 5)^8$.

a) Finn graden til polynomet $p(x)$.

b) Finn røttene til $p(x)$, og angi multiplisiteten til hver enkelt rot.

$\boxed{2}$ **a)** La $p = 21008$ og $d = 7$, finn heltall q, r slik at

$$\frac{p}{d} = q + \frac{r}{d}$$
$$r < d$$

b) La $p(x) = 21x^2 + 10x + 2$ og $d(x) = 7x + 1$, finn polynomer $q(x), r(x)$ slik at

$$\frac{p}{d} = q + \frac{r}{d}$$
$$\deg(r) < \deg(d)$$

hvor $\deg(p)$ er graden til et polynom.

$\boxed{3}$ Bruk polynomdivisjon på $p(x)/d(x)$, hvor $p(x) = x^5$ og $d(x) = x^2 - x + 1$. Etter at du har regnet det ut; sjekk at svaret er riktig ved å gange sammen og plusse sammen de relevante polynomene.

$\boxed{4}$ Finn alle løsninger av ligningene.

a) $2x^3 + 10x^2 + 12x = 0$

b) $8x^6 + 8x^4 - 2x^2 - 2 = 0$

c) $\frac{4}{1+x} + \frac{4}{1-x} = -1$

$\boxed{5}$ Vis følgende likhet. Dette er ofte nyttig fordi høyre side er enklere å integrere.

$$\frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{x+3} = x^2 - x + 2 - \frac{8}{x+3}$$

$\boxed{6}$ Løs ulikhetene.

a) $-x^2 > \pi$

b) $e^{(x-10)} < 5$

c) $\ln^2(x) > 1$

d) $\frac{1}{x} > x$

e) $\sqrt{(x-2)^2 + 8x} > 1$

f) $x^2 - 2x \leq 0$

g) $\frac{x}{2} \geq 1 + \frac{4}{x}$

h) $3^x \geq 3$

7 Gjør følgende uttrykk enklere.

a) $(x^{-3})^{-2}$

b) $\log_5 125$

c) $\log_{1/3} 3^{2x}$

d) $10^{-\log_{10} \frac{1}{x}}$

e) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x} - e^{-2x}}$

8 Finn alle løsninger av ligningen.

a) $(\log_5 x)^2 = 20 - 4\log_5(x^2)$

b) $\log_4(x+4) - 2\log_4(x+1) = \frac{1}{2}$

Ekstraoppgave 1 Marie fikk 20 000 kr til konfirmasjonen. Disse pengene har stått på fastrente-konto i 7 år. Nå er de blitt til 30 000 kr. Hvor god rente fikk Marie av banken?

Ekstraoppgave 2 Vi skal nå vise at

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{har løsning(ene)} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

når $b^2 - 4ac \geq 0$.

a) Vis første kvadratsetning,

$$(x + D)^2 = x^2 + 2Dx + D^2$$

for alle tall x og D.

b) Bruk første kvadratsetning til å vise at

$$x^2 + \frac{b}{a}x = (x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a^2}.$$

c) Ta nå utgangspunkt i $ax^2 + bx + c = 0$ og vis (ved å bruke b)) at

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}.$$

Hva må vi kreve om konstanten a for å få lov til å dele på den over alt?

d) Vis med dette at

$$|x + \frac{b}{2a}| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|2a|}.$$

e) Ved å løse opp absoluttverditegnet på venstre side får vi

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{|2a|},$$

hvorfor kan vi nå ta bort absoluttverditegnet rundt 2a?

f) Vis nå annengradsformelen.