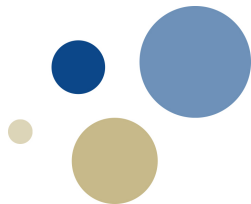




Norwegian University of
Science and Technology



Oppfriskningskurs i matematikk

Dag 4

Susanne Solem

Institutt for matematiske fag

10. august 2017

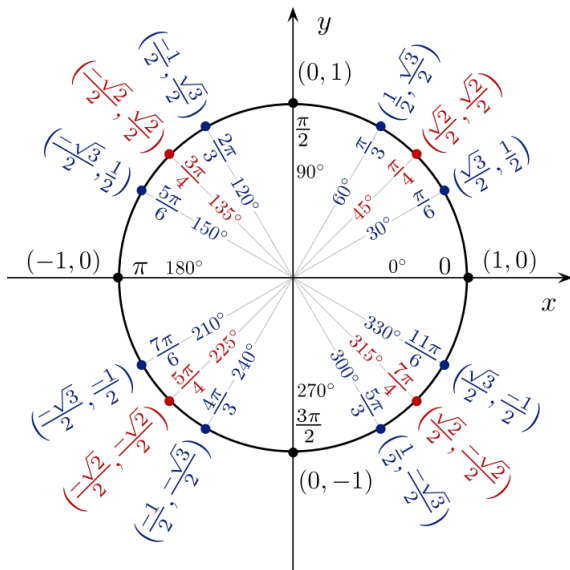
I dag



- Trigonometriske funksjoner
- Formlikhet
- (Bevis og) induksjonsbevis

Enhetssirkelen

(Stjålet fra Wikipedia)



Trigonometriske identiteter



Addisjonsformlene.

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$

Trigonometriske identiteter



Addisjonsformlene gir oss andre nyttige identiteter.

$$\sin(2u) = 2 \sin u \cos u$$

$$\cos(2u) = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$= 2 \cos^2 u - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 u$$

Som videre gir

$$\cos^2 u = \frac{1}{2}(1 + \cos(2u))$$

$$\sin^2 u = \frac{1}{2}(1 - \cos(2u))$$

Andre trigonometriske funksjoner



$$\tan u = \frac{\sin u}{\cos u}$$

$$\cot u = \frac{\cos u}{\sin u} = \frac{1}{\tan u}$$

$$\sec u = \frac{1}{\cos u}$$

$$\csc u = \frac{1}{\sin u}$$

Induksjonsbevis



La $U(n)$ være et ubevist (åpent) utsagn som visstnok skal gjelde for alle $n \geq n_0$ (hvor $n, n_0 \in \mathbb{N}$).

Dersom

1. **grunnsteget** $U(n_0)$ er sant,

og

2. **induksjonssteget** $U(k) \Rightarrow U(k + 1)$ for en eller annen $k \geq n_0$,

så er $U(n)$ sant (bevist) for alle $n \geq n_0$.

Prøven i morgen



- Prøven er obligatorisk.
- Ingen hjelpemidler (dette inkluderer kalkulatorer og eventuelle formelark). Ta med blyant (eller penn), viskelær og **egne** ark.
- Skriv tydelig, og merk oppgavene skikkelig (f.eks. oppgave 1 b)).
- Skriv ditt eget navn, linje og gruppenummer. Du skriver gruppenummeret til gruppen du har møtt opp på.
- 09:00 i R1!!

Prøven i morgen



- Varer i 90 minutter.
- Du velger selv om du vil levere inn besvarelsen din for retting eller ikke.
- Løsningsforslaget gjennomgås i R1 klokka 11:00 (men legges også ut i etterkant).
- Prøven kan hentes i Nordre lavblokk, og skal være ferdigrettet innen mandag 21. august.