Velkommen til oppfriskningskurs i matematikk

Dag 4

Susanne Solem
Institutt for matematiske fag

11. august 2016

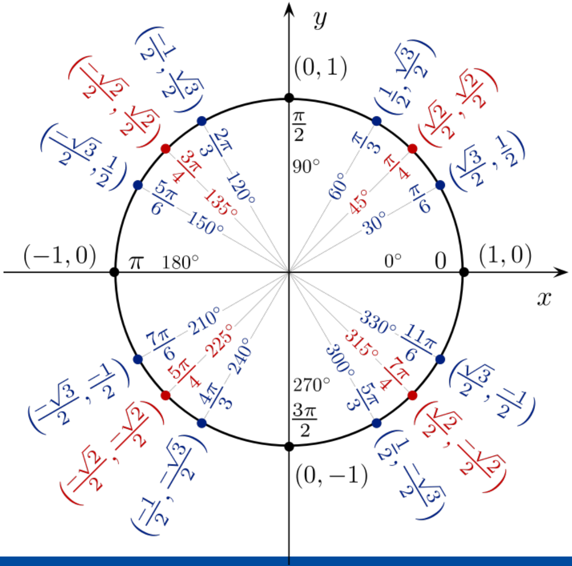
Norwegian University of Science and Technology

I dag

- Trigonometriske funksjoner
- Formlikhet
- (Bevis og) induksjonsbevis

Enhetssirkelen

(Stjålet fra Wikipedia)



Trigonometriske identiteter

Addisjonsformlene.

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$
$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$

Trigonometriske identiteter

Addisjonsformlene gir oss andre nyttige identiteter.

$$\begin{aligned}
\sin(2u) &= 2\sin u \cos u \\
\cos(2u) &= \cos^2 u - \sin^2 u \\
&= 2\cos^2 u - 1 \\
&= 1 - 2\sin^2 u
\end{aligned}$$

Som videre gir

$$\begin{aligned}
\cos^2 u &= \frac{1}{2}(1 + \cos(2u)) \\
\sin^2 u &= \frac{1}{2}(1 - \cos(2u))
\end{aligned}$$

Andre trigonometriske funksjoner

$$
\begin{aligned}
\tan u &= \frac{\sin u}{\cos u} \\
\cot u &= \frac{\cos u}{\sin u} = \frac{1}{\tan u} \\
\sec u &= \frac{1}{\cos u} \\
\csc u &= \frac{1}{\sin u}
\end{aligned}
$$

Induksjonsbevis

La $U(n)$ være et ubevist (åpent) utsagn som visstnok skal gjelde for alle $n \geq n_0$ (hvor $n, n_0 \in \mathbb{N}$).

Dersom

1. **grunnsteget** $U(n_0)$ er sant,

og

2. **induksjonssteget** $U(k) \Rightarrow U(k+1)$ for en eller annen $k \geq n_0$,

så er $U(n)$ sant (bevist) for alle $n \geq n_0$.

Prøven i morgen

- Prøven er obligatorisk.
- Ingen hjelpemidler (dette inkluderer kalkulatorer og eventuelle formelark). Ta med blyant (eller penn), viskelær og **egne** ark.
- Skriv tydelig, og merk oppgavene skikkelig (f.eks. oppgave 1 b)).
- Skriv ditt eget navn, linje og gruppenummer. Du skriver gruppenummeret til gruppen du har møtt opp på.
- 09:00 i R1!!

Prøven i morgen

- Varer i 90 minutter.
- Du velger selv om du vil levere inn besvarelsen din for retting eller ikke.
- Løsningsforslaget gjennomgås i R1 klokka 11:00 (men legges også ut i etterkant).
- Prøven kan hentes i Nordre lavblokk, og skal være ferdigrettet innen mandag 22. august.