Velkommen til oppfriskningskurs i matematikk

Dag 3

Susanne Solem
Institutt for matematiske fag

10. august 2016

Norwegian University of Science and Technology

I dag

- Polynomer og røtter
- Polynomdivisjon
- Eksponentialfunksjoner og logaritmer
- (Trigonometriske funksjoner)

Røtter

Theorem

La $\deg(p) \geq 1$. *Tallet* $r \in \mathbb{R}$ *er en rot av polynomfunksjonen* $p(x)$ *hvis og bare hvis* $(x - r)$ *er en faktor i* $p(x)$.

Faktorisering

Noen nyttige faktoriseringer:

$$
\begin{aligned}
(a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2 \\
(a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\
(a-b)(a^2+ab+b^2) &= a^3 - b^3 \\
(a+b)^3 &= 1 \cdot a^3 b^0 + 3 \cdot a^2 b^1 + 3 \cdot a^1 b^2 + 1 \cdot b^3 a^0 \\
&= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3
\end{aligned}
$$

Kontrollspørsmål

- Hvor kommer koeffisientene i $(a+b)^3$ fra? Enkel huskeregel?
- Hva blir $(a-b)^3$?

Definisjoner

La $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ og $n, m \in \mathbb{N}$. Da gjelder

$$
\begin{aligned}
a^0 &= 1 \\
a^n &= a \cdot a \cdots a \\
a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\
a^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{a^m}
\end{aligned}
$$

Regneregler for potenser

La $\mathbb{R} \ni a, b > 0$, og $x, y \in \mathbb{R}$. (Merk! I motsetning til forrige lysark snakker vi her om alle reelle tall.) Da gjelder følgende

$$
\begin{aligned}
a^0 &= 1 \\
a^{x+y} &= a^x a^y \\
a^{-x} &= \frac{1}{a^x} \\
a^{x-y} &= \frac{a^x}{a^y} \\
(a^x)^y &= a^{xy} \\
(ab)^x &= a^x b^x
\end{aligned}
$$

Kontrollspørsmål

Er det lov å gjøre dette

$$\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad ?$$

Bruk regnereglene.

Regneregler for logaritmer

La $\mathbb{R} \ni x, y, a, b > 0$, og $a, b \neq 1$. Da gjelder

$$
\begin{aligned}
\log_a 1 &= 0 \\
\log_a(xy) &= \log_a x + \log_a y \\
\log_a\left(\frac{x}{y}\right) &= \log_a x - \log_a y \\
\log_a x &= \frac{\log_b x}{\log_b a}
\end{aligned}
$$

Kontrollspørsmål

Hva blir $\log_a \left(\frac{1}{x}\right)$?

Hva skjer om $a = 1$?

Enhetssirkelen

(Stjålet fra Wikipedia)