Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Oppfriskningskurs
Sommer 2018

Øving 2

1 Finn største mulige definisjonsmengde til funksjonene. Bestem så verdimengden.

a) $M(w) = \sqrt{6 - 3w}$

b) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 1}$ (Hint: kan du forkorte noe her?)

2 Angi om funksjonene er odde, like eller ingen av delene.

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = \sqrt{2x}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 + x}$

d) $f(x) = x + x^2$

3 La $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2 - 3$ og $p(x+1) = (x+2)^2$. Finn følgende:

a) $(f \circ g)(0)$

b) $g(f(0))$

c) $f(g(x))$

d) $(g \circ f)(x)$

e) $(f \circ f)(-3)$

f) $g(g(2))$

g) $f(f(x))$

h) $(g \circ g)(x)$

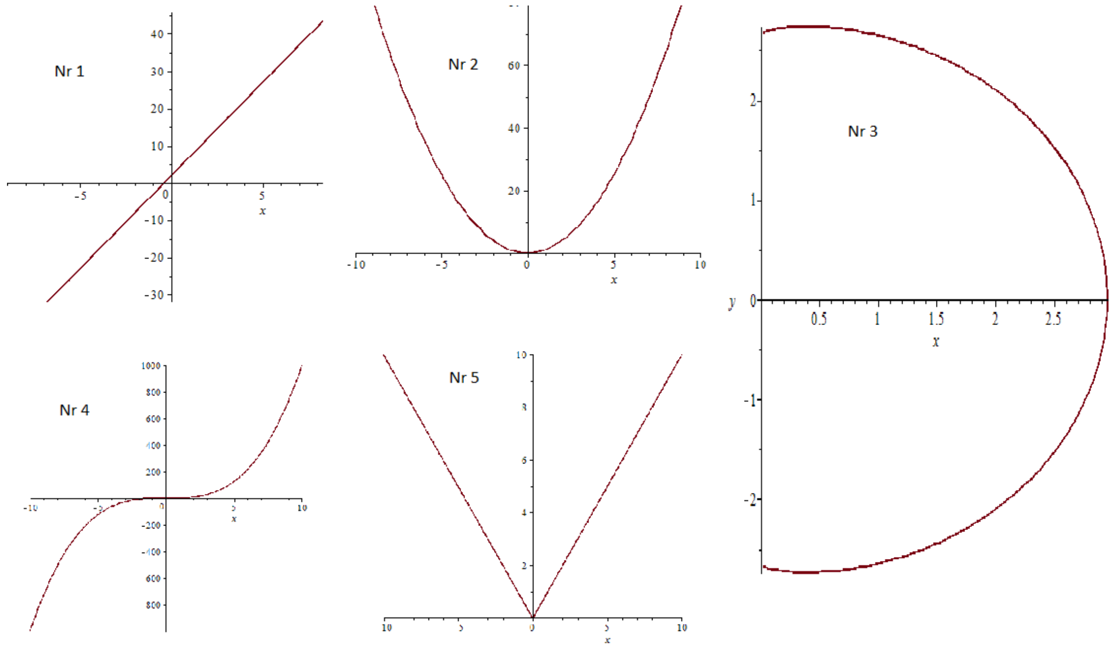
i) $p(x)$

4 Betrakt de fem grafene under. Angi hvilke av dem som er følgende:

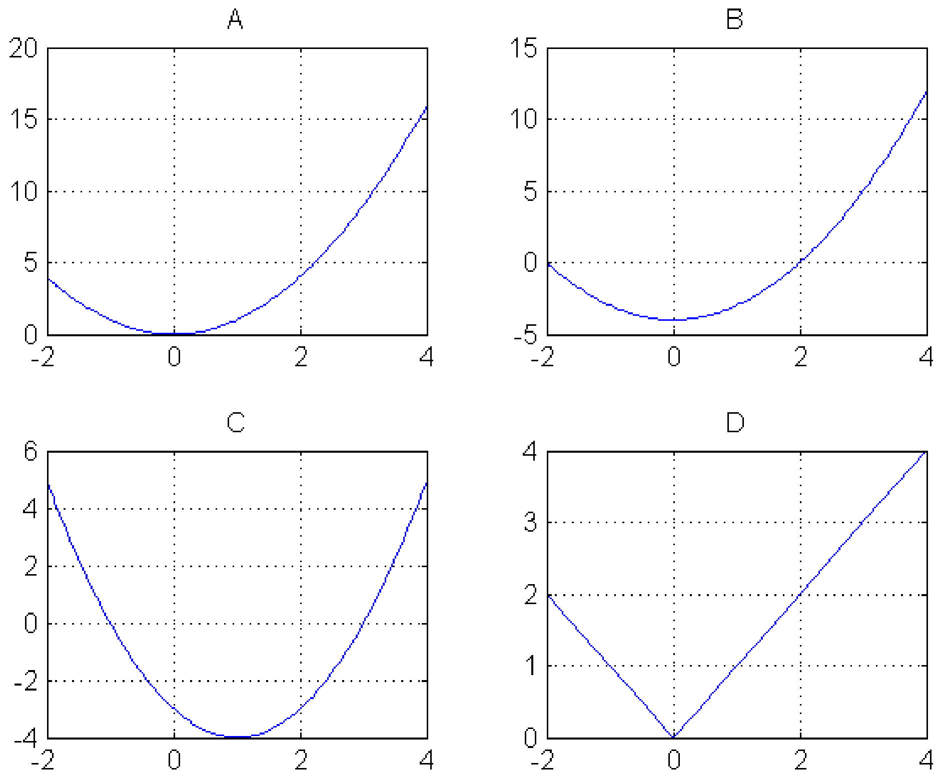
a) Grafen til en funksjon

b) Grafen til en funksjon som er en-til-en

c) Grafen til en ligning(er) (Implisitt uttrykk)



$\boxed{5}$ Betrakt plottene A, B, C, D (over intervallet $[-2, 4]$) under. Forsøk så godt du kan å finne (eksplisitte) funksjoner hvis grafer matcher disse.



$\boxed{6}$ Skissér grafene til følgende funskjoner.

a) $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x+1}$

b) $g(x) = \sqrt{1-x}$

c) $h(x) = |x^3|$

$\boxed{7}$ Skissér uttrykket

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{hvis } 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & \text{hvis } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Er dette en funksjon? Er den isåfall kontinuerlig?

$\boxed{8}$ Bestem konstanten $a \in \mathbb{R}$ slik at funksjonen $g(x)$ blir kontinuerlig.

$$g(x) = \begin{cases} ax + 4 & \text{hvis } x \geq 5 \\ 3x - a & \text{hvis } x < 5 \end{cases}$$

$\boxed{9}$ **a)** Er funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{hvis } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{hvis } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

en-til-en? Hvorfor/hvorfor ikke?

b) Vis at funksjonen $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ er en-til-en. Finn inversfunksjonen f^{-1}.

$\boxed{10}$ En sirkel er tegnet rundt et kvadrat, slik at sirkelbuen berører alle hjørnene. Finn et uttrykk for arealet av sirkelen, uttrykt ved arealet A til kvadratet. (Hint: Tegn en figur!)

$\boxed{\text{Ekstraoppgave 1}}$ Skisser funksjonene $f(x) = |x - 10|$ og $g(x) = 3$. Bruk skissen til å løse ulikheten $|x - 10| \leq 3$.

$\boxed{\text{Ekstraoppgave 2}}$ Bruk fortegnsskjema (for f og dens deriverte) til å skissere funksjonen

$$f(x) = (x^2 - 1)^3.$$

Ekstraoppgave 3

a) Vis at dersom $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er en odde funksjon, så er $f(0) = 0$.
(NB: her holder det ikke å vise dette for *en spesifikk* odde funksjon. Det må vises for den "vilkårlige" funksjonen f (som vi ikke vet hvordan ser ut, annet enn at den er odde).

b) Anta at funksjonen $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er både odde og like. Hva kan du si om g? Finnes det i det hele tatt en slik funksjon? Hvis ja, finnes det flere?

Fasit (med forbehold om feil)

1 $D_M = (-\infty, 2]$ og $V_M = [0, \infty)$, $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ og $V_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2 like, ingen av delene, odde, ingen av delene

3 0, 6, x^2, $x^2 + 6x + 6$, 3, -2, $x + 6$, $(x^2 - 3)^2 - 3$, $(x + 1)^2$

4 Spør studass.

5 Spør studass. (ingen eksakt fasit her)

6 Spør studass.

7 Spør studass.

8 $a = \dfrac{11}{6}$

9 **a)** spør studass, **b)** $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$ definert for $x \neq 0$

10 $\dfrac{\pi}{2}A$

E1-3 Spør studass.