



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

Oppfriskingskurs
Sommer 2014

Øving 5
Uke 32
Fredag 8. august

- 1] Bevis følgende utsagn ved induksjon.
- a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ for alle hele tall $n \geq 1$.
 - b) $4^n - 1$ er delelig med 3 for alle hele tall $n \geq 1$.
 - c) $(\cos(u))(\cos(2u))(\cos(4u)) \cdots (\cos(2^{n-1}u)) = \frac{\sin(2^n u)}{2^n \sin(u)}$ for alle hele tall $n \geq 1$.
- 2] Bevis at dersom n^2 er et partall, så er n et partall. Husk at vi brukte dette da vi beviste at $\sqrt{2}$ var et irrasjonelt tall. (Hint: Bruk et kontrapositivt bevis, og bruk at et oddetall kan skrives som $2k + 1$ for alle $k \in \mathbb{Z}$.)
- 3] Bruk implikasjons- og ekvivalenspiler på følgende utsagn.
- i) Jeg bor på Lade.
 - ii) Jeg bor i Trondheim.
 - iii) Jeg bor i samme by som NTNU holder til.
 - iv) Jeg bor i Norge.
- 4] Bruk implikasjons- og ekvivalenspiler på følgende utsagn.
- i) $x = 4$
 - ii) $x^2 = 16$
 - iii) $x = \pm 4$
 - iv) $|x| = 4$