Velkommen til oppfriskningskurset i matematikk
Dag 3

Jørgen Endal

Institutt for matematiske fag

6. august 2014

Faktorisering

Teorem 1

La $\deg(P) \geq 1$. Tallet r er en rot av polynomet P hvis og bare hvis $x - r$ er en faktor til $P(x)$.

Faktorisering

Nyttige faktoriseringer

$$
\begin{aligned}
(a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2 \\
(a-b)(a+b) &= a^2 - b^2 \\
(a-b)(a^2+ab+b^2) &= a^3 - b^3 \\
(a+b)^3 &= 1 \cdot a^3 b^0 + 3 \cdot a^2 b^1 + 3 \cdot a^1 b^2 + 1 \cdot a^0 b^3 \\
&= a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3
\end{aligned}
$$

Kontrollspørsmål

- Hvor kommer koeffisientene i $(a+b)^3$ fra? Enkel huskeregel?
- Hva blir $(a-b)^3$?

Definisjoner for potenser

La $\mathbb{R} \ni a > 0$, $n \in \mathbb{N}$, og $m \in \mathbb{Z}$. Da gjelder følgende

$$
\begin{aligned}
a^0 &= 1 \\
a^n &= a \cdot a \cdot a \cdots a \\
a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\
a^{\frac{m}{n}} &= \sqrt[n]{a^m}
\end{aligned}
$$

Regneregler for potenser

La $\mathbb{R} \ni a, b > 0$, og $x, y \in \mathbb{R}$. (Merk! I motsetning til forrige lysark snakker vi her om alle reelle tall.) Da gjelder følgende

$$\begin{aligned}
a^0 &= 1 \\
a^{x+y} &= a^x a^y \\
a^{-x} &= \frac{1}{a^x} \\
a^{x-y} &= \frac{a^x}{a^y} \\
(a^x)^y &= a^{xy} \\
(ab)^x &= a^x b^x
\end{aligned}$$

Kontrollspørsmål

- Hvordan er regnereglene for kvadratrot?
- Er følgende lov: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$?

Regneregler for logaritmer

La $\mathbb{R} \ni x, y, a, b > 0$, og $a, b \neq 1$. Da gjelder

$$\begin{aligned}
\log_a 1 &= 0 \\
\log_a(xy) &= \log_a x + \log_a y \\
\log_a \left(\frac{x}{y}\right) &= \log_a x - \log_a y \\
\log_a(x^y) &= y \log_a x \\
\log_a x &= \frac{\log_b x}{\log_b a}
\end{aligned}$$

Kontrollspørsmål

Hva blir $\log_a \left(\frac{1}{x}\right)$?