

Øving 3

Oppgave 1: Tegn funksjonene

Tegn de forskjellige funksjonene (i forskjellige koordinatsystem) på frihånd.

- a) e^x
- b) $\ln(x)$
- c) 2^x
- d) $\log_{10}(x)$

Oppgave 2: Antall løsninger

Hvor mange løsninger har de forskjellige likningene?

- a) $e^x = 2$
- b) $e^x + \ln(x) = 2^{15}$

Oppgave 3: $a^x \neq x^a$

Se på funksjonene $f(x) = x^3$ og $g(x) = 3^x$.

- a) Beregn $f(5)$ og $g(5)$. Løs ligningene $f(x) = 1$ og $g(x) = 1$.
- b) Skriv $f(20)$ og $g(20)$ på normalform.
- c) Skriv $f(-20)$ og $g(-20)$ på normalform.
- d) Skisser de to funksjonene svært omtrentlig og merk deg hvor forskjellige de er.
- e) $g(1000)$ er et større tall enn kalkulatoren klarer å regne med. Gjør et ærlig forsøk på et overslag for verdien og skriv den på normalform.

Oppgave 4: Eksponensialgymnastikk

Skriv på enklest mulig måte:

a) $2^7 * 4^{-2} * \frac{1}{8}$

b)

$$\frac{e^{x+2x} * e^{-x}}{e^x + e^x}$$

c)

$$\sqrt{4e^{5x}}$$

Oppgave 5: Mer eksponentialgymnastikk

Skriv på enklest mulig måte:

a)

$$4^{(2^3)^5}$$

b)

$$\left(\sqrt{\sqrt{2^{4n}}}\right)^{\frac{1}{n}}$$

c)

$$\ln\left(\frac{2^N}{4^{2N+1}}\right)$$

Oppgave 6: Substitusjonsligninger

a) Løs ligningen $\ln(x^2 + 2x - 7) = 0$.

b) Løs ligningen $\ln^3(x) + \ln^2(x) - 6\ln(x) = 0$.

c) Forklar hvorfor ligningen $\ln(x^2 - x + 7) = 0$ ikke har noen løsninger.

d) Skriv om ligningen $\ln^2(x) + \ln(x^{-7}) + 12 = 0$ til en annengradsligning. Du behøver ikke å løse ligningen.

Oppgave 7

Se på funksjonene $f(x) = (e^x)^2$ og $g(x) = e^{(x^2)}$.

a) Beregn $f\left(\frac{-3}{2}\right)$ og $g\left(\frac{-3}{2}\right)$

b) Forklar svært kort hva som er forskjellen på de to funksjonene. En av dem er enkel å integrere mens den andre er umulig å integrere. Hvilken er hvilken?

Oppgave 8: Logikk eksponensial og absoluttverdi

Bevis, detaljert, at

$$e^x = a^4 \Leftrightarrow \sqrt{e^x} = a^2$$

Oppgave 9: Renteregning

Marie fikk 20 000 kr til konfirmasjonen. Disse pengene har stått på fastrente-konto i 7 år. Nå er de blitt til 30 000 kr. Hvor god rente fikk Marie av banken.

Oppgave 10: Ulikheter

Finn x som løser ulikhetene. Oppgi løsningene som intervaller:

a) $e^{(x-10)} < 5$

b) $\ln^2(x) > 1$

Ekstraoppgave: Hyperbolske funksjoner

Det finnes såkalte hyperbolske funksjoner som er definert som følger:

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

Vis de følgende identiteter ved å regne med eksponentialfunksjonene de er definert ved:

$$\sinh(-x) = -\sinh(x)$$

$$\cosh(-x) = \cosh(x)$$

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

$$\sinh(x)' = \cosh(x)$$

Fasit

De følgende oppgavene har løsningsforslag på fjordårets hjemmeside. For løsningsforslag til oppgave 04.y se oppgave y i løsningsforslaget til øving 4 fra i fjor (folk.ntnu.no/akselwil/loving4.pdf).

Oppgave 3: 04.1

Oppgave 4: 04.2

Oppgave 5: 04.3

Oppgave 6: 04.4

Oppgave 7: 04.5

Ekstraoppgave: 04.7