Øving 3
Oppfriskningskurs 2011

Oppgave 1: Brøk

a) Finn x slik at $\frac{x+2}{3x-1} = \frac{2}{3}$.
b) Sett på en brøkstrek: $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$.
c) Finn x:

$$\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{x} - 1} = \frac{1}{x-1}$$

Oppgave 2: Skisser og grafer

a) Skisser funksjonene $f(x) = |x - 10|$, $g(x) = 3$. Bruk skissen til å løse ulikheten $|x - 10| \leq 3$.

b) Skisser funksjonen $f(x) = \frac{(x-2)(x-1)}{2x-3}$. Pass på at du ikke får en rett linje.

c) Ligningen $e^x + x = 0$ kan ikke løses algebraisk (det vil si ved vanlig regning). Finn en omtrentelig verdi for løsningen ved tegning eller andre kreative metoder.

Oppgave 3: Trigonometriske identiter

Forenkle de følgende uttrykkene:
a) $\frac{\sin(x)\cos^2(x)+\sin^3(x)}{2\cos(x)}$
b) $\cos(\frac{3\pi}{4} - x) - \sin(x + \frac{\pi}{4})$

Oppgave 4: Trigonometriske annengradsligninger

a) Løs likningen $2\sin^2(x) + \sin(x) = 0$.
b) Løs likningen $\sin(x)\sin(2x)\cos(x) = \frac{1}{2}$

Oppgave 5: Vinkelberegning

Finn vinkelen som linjen $7x - 5$ danner med x-aksen.

Oppgave 6: Enhetssirkel

Det kan være vanskelig å huske om $\sin(x)' = \cos(x)$ eller $\sin(x)' = -\cos(x)$. Se på enhetssirkelen for $x = 0$ og avgjør
a) om verdien av $\sin(x)$ øker eller avtar når x vokser
b) fortegnet til $\cos(0)$
c) hvorvidt det burde være et minustegn i derivasjonsformelen

Oppgave 7: Skissebetraktning

Skisser funksjonen $\frac{x^2-x-6}{x+1}$. Det kan være til hjelp å gjøre polynomdivisjon først. Bruk dette til å bestemme
a) Antallet nullpunkter.
b) Hvor mange løsninger har ligningen $\frac{x^2-x-6}{x+1} = 1$?
c) Finn tilnærmede verdier av funksjonen for $x = 100$ og $x = -1100$ uten å bruke kalkulator. Dette trenger kun å være et rimelig godt overslag.

Oppgave 8: Kast

For et prosjektil som blir skutt ut med en bestemt vinkel fra bakkeplan over et plant underlag gjelder følgende to ligninger:
$x = t\cos\theta$
$y = t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$
Her representerer x og y henholdsvis tilbakelagt avstand målt langs bakken og den nåværende høyden til prosjektilet. t og θ representerer henholdsvis tiden som har gått siden utskytning og vinkelen prosjektilet ble skutt ut i. $\theta = \frac{\pi}{2}$ er altså rett oppover.

Prosjektilet vil altså lande når $y = 0$. Finn den verdien av θ som gir størst verdi for x. Dette kan gjøres både med og uten derivasjon. Vurder hvorvidt svaret ditt er rimelig.

Oppgave 9: Funksjonsskisser

Bestem funksjonsuttrykket til grafen under.