L.F. Øving 5
Oppfriskningskurs 2010

Oppgave 1-7

Disse har fasit oppgitt på oppgaven.

Oppgave 8

Vi har $f(x) = \pi x$, og formelen for volument V av omdreiningslegemet (a er nedre grense for x, b er øvre) er

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 \, \mathrm{dx}.$$

Setter vi inn får vi

$$V = \int_0^1 \pi(\pi x)^2 \, \mathrm{dx} = \pi^3 \int_0^1 x^2 \, \mathrm{dx} = \pi^3 \frac{1}{3}[x^3]_0^1 = \frac{\pi^3}{3}.$$

Figuren er en kjegle.

Oppgave 9

Vi skal nå vise ved induksjon at summen av tallene fra 1 til n blir $\frac{n(n+1)}{2}$.

Først grunnsteget:
Skal vise, (P_1), at summen fra 1 til 1 blir $\frac{1(1+1)}{2}$. Dette stemmer.

Så må vi vise induksjonssteget, gitt P_k skal vi vise P_{k+1}:
Venstre side (V.S.) i P_{k+1} blir summen av tallene fra 1 til $k+1$. Dette er lik summen fra 1 til k og så lagt til $(k+1)$. Nå har vi lov til å bruke P_k til å si at V.S. er lik $\frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$. Setter vi dette på felles brøkstrek og ganger ut får vi $\frac{k^2+3k+2}{2}$.
Høyre side (H.S.) i P_{k+1} er $\frac{k+1(k+1+1)}{2} = \frac{k^2+3k+2}{2}$.
V.S. = H.S. og vi har vist likningen P_{k+1}.

Herfra følger formelen ved induksjonsprinsippet.