

L.F. Øving 3
Oppfriskningskurs 2010

Oppgave 1a

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - (x)^3}{h} =$$
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 = 3x^2.$$

Oppgave 1b

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x+h)} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x - (x+h)}{h(x+h)x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(x+h)x} = \frac{-1}{x^2}$$

Oppgave 2

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6x + 9 \\ g'(x) &= -0.4x^{-1.4} \sin(x) + x^{0.4} \cos(x) \\ h'(x) &= (x-2)^{-1} + (x+2)(-1)(x-2)^{-2} \\ p'(x) &= 0 \end{aligned}$$

Oppgave 3a

$$\frac{\sin(x) \cos^2(x) + \sin^3(x)}{2 \cos(x)} = \frac{\sin(x)(\sin^2(x) + \cos^2(x))}{2 \cos(x)} = \frac{\sin(x)}{2 \cos(x)} = \frac{1}{2} \tan(x)$$

Oppgave 3b

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{3\pi}{4} - x\right)\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \sin(x) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cos(x) - \left(\sin(x) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(x) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin(x) - \cos(x) - \sin(x) - \cos(x)) = -\sqrt{2} \cos(x) \end{aligned}$$

Oppgave 4

Ved å tegne grafen ser vi at stigningstallet 7 er $\tan(\theta)$. Slik at $\theta = \arctan(7)$.

Oppgave 5

$$\begin{aligned}2 \sin^2(x) + \sin(x) &= 0 \\ \sin(x)(2 \sin(x) + 1) &= 0\end{aligned}$$

Dette gir $\sin(x) = 0$ eller $2 \sin(x) + 1 = 0$. Her angir vi svar i første omløp ($0 \leq x < 2\pi$). Ved å legge til 2π mange ganger får du alle mulige løsninger. Likning 1 er sann for $x = 0$ eller $x = \pi$. Likning 2 gir oss $\sin(x) = -\frac{1}{2}$. Dette gir $x = \arcsin(-\frac{1}{2})$ og $x = \pi - \arcsin(-\frac{1}{2})$.

Oppgave 6

For en forklaring av triangulering, med bilde etc se:

<http://en.wikipedia.org/wiki/Triangulation>

Oppgave 7

I oppgave a blir $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, og hvis du putter inn 0 her får du ikke et tall (du får på en måte ∞ , altså har f ingen derivert i 0).

I oppgave b så er ikke $g(x)$ definert i $x = 1$, så den kan heller ikke ha noen derivert der.

Oppgave 8

Denne ble gjennomgått på forelesning.

Oppgave 9

Denne oppgaven inneholder en feil. I den første delen var det meningen å finne når $f'(x) = 0$, men som de observante har lagt merke til er ikke dette et toppunkt, men et bunnpunkt. Vi finner at bunnpunktet er $x = e^{-2}$.

For å finne funksjonen 'inntekt per meter planke solgt' deler vi $f(x)$ på x og får: $g(x) = \ln(x)x^{-1/2}$. Da blir $g'(x) = \frac{1}{x}x^{-1/2} + \ln(x)(-\frac{1}{2})x^{-3/2}$, og $g'(x) = 0$ for $x = e^2$.