

# L.F. Øving 2

## Oppfriskningskurs 2010

### Oppgave 1a

Vi setter opp slik:

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 2x + 1 : x + 1 = 2x \\ -2x^2 - 2x - 0 \\ \hline +1 \end{array}$$

Dette gir konklusjonen:

$$\frac{2x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 2x + \frac{+1}{x + 1}.$$

### Oppgave 1b

Vi får:

$$\frac{x^5}{x^2 - 2x - 1} = x^3 + 2x^2 + 5x + 12 + \frac{29x + 12}{x^2 - 2x - 1}$$

### Oppgave 2a

Vi får:

$$\ln\left(\frac{2^N}{4^{2N+1}}\right) = \ln(2^N) - \ln(4^{2N+1}) = N \ln(2) - (2N+1) \ln(4) = N \ln(2) - (4N+2) \ln(2) = -(3N+2) \ln(2)$$

### Oppgave 2b

$$\begin{aligned} 3^g &= e \cdot 6^g \\ \ln(3^g) &= \ln(e) + \ln(6^g) \\ g \ln(3) &= 1 + g \ln(6) \\ g &= \frac{-1}{\ln(6) - \ln(3)} \end{aligned}$$

### Oppgave 2b

$$\begin{aligned} \ln(x^2 - x + 7) &= 0 \\ x^2 - x + 7 &= 1 \\ x^2 - x + 6 &= 0 \end{aligned}$$

Når vi løser denne annangradslikningen blir 'det inni rottegnet' mindre enn 0. Altså har vi ingen løsninger.

### Oppgave 3a

$$\begin{aligned} |x - 5| &\leq 5 \\ x &\in (0, 10) \end{aligned}$$

### Oppgave 3b

Observer først at  $x \neq 2$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{|x - 2|} &< 2 \\ 1 &< 2|x - 2| \\ |x - 2| &> \frac{1}{2} \\ x &\in (-\infty, 1.5) \cup (2.5, \infty) \end{aligned}$$

### Oppgave 3c

Observer først at  $x \neq 2$ .

$$\begin{aligned} \frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|} &< 1 \\ \frac{|x - 2||x + 2|}{|x - 2|} &< 1 \\ |x + 2| &< 1 \\ |x - (-2)| &< 1 \\ x &\in (-3, -1) \end{aligned}$$

### Oppgave 3d

Observer først at  $x \neq 0$ . Deretter må vi dele opp i to case;  $x < 0$  og  $x > 0$ . Dette er fordi vi vil gange med  $x$  på begge sider, og må da snu ulikhetstegnet hvis  $x < 0$ .

Case 1:

$$\begin{aligned} x &> 0 \\ \frac{x + 3}{x} &\geq \pi \\ x + 3 &\geq \pi x \\ (\pi - 1)x &\leq 3 \\ x &\leq \frac{3}{\pi - 1} \\ 0 < x &\leq \frac{3}{\pi - 1} \end{aligned}$$

Case 2:

$$\begin{aligned}x &< 0 \\ \frac{x+3}{x} &\geq \pi \\ x+3 &\leq \pi x \\ (\pi-1)x &\geq 3 \\ x &\geq \frac{3}{\pi-1} \\ 0 < \frac{3}{\pi-1} &\leq x < 0\end{aligned}$$

### Oppgave 4

Finn grenseverdiene:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{11x+2} = 0$

b)  $\lim_{x \rightarrow 7} 9 = 9$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x+1}{x-1} = \infty$

d)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2-2x-8}{x^2-16} = \infty$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-2x-8}{x^2-16} = 1$

f)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 \cdot e^x}{x^2+1} = 0$

g)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2x$

### Oppgave 5b

Bevis:

$$\begin{aligned}a^{\log_a(x)} &= x \\ \ln(a^{\log_a(x)}) &= \ln x \\ \log_a(x) \ln(a) &= \ln x \\ \log_a(x) &= \frac{\ln(x)}{\ln(a)}\end{aligned}$$

### Oppgave 6a

Sett inn og få  $p(1) = 0$  og  $p(-1) = 0$ .

### Oppgave 6b

Når vi vil faktorisere et polynom, dele et polynom på et annet, bruker vi polynomdivisjon. Oppsett:

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 : x^2 - 1 = x^2 + 5x + 6$$

Legg merke til at du ikke får noen rest når du gjør denne divisjonen. Altså er  $q(x) = x^2 + 5x + 6$ :

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 1)$$

### Oppgave 6c

Polynomet  $p(x)$  har røtter  $+1$ ,  $-1$ , og alle røttene til  $q(x)$ . Dette er fordi når  $q(x) = 0$  blir  $p(x) = 0$ . Røttene til  $q(x)$  kan finnes med andregradsformelen, som gir  $q(x) = 0$  for  $x_1 = -2$  og  $x_2 = -3$ .

### Oppgave 7

I stedet for å gange sammen tall kan Tone finne logaritmene til de to tallene. De to logaritmene kan så legges sammen (+ lettere enn  $\cdot$ ), og så kan hun slå opp i tabellen for å finne hvilket tall som har denne summen som sin logaritme.

### Oppgave 8

Oppgaven ber oss løse:

$$5 < \frac{x-2}{|x-7|} < 10$$

Vi kan med en gang si at  $x > 2$ , og  $x \neq 7$ . Vi velger å dele opp i 2 case, ett hvor  $x > 7$ , og ett hvor  $x < 7$ .

Case 1:  $x > 7$ ,  $|x-7| = x-7$

Her er det 2 betingelser som begge må være oppfylt:

Betingelse 1:

$$\begin{aligned} 5 &< \frac{x-2}{x-7} \\ 5(x-7) &< x-2 \\ x &< \frac{33}{4} = 8.25 \end{aligned}$$

Betingelse 2:

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x-7} &< 10 \\ (x-2) &< 10(x-7) \\ 7.56 = \frac{68}{9} &< x \end{aligned}$$

Slik at dette caset gir  $x \in (7.56, 8.25)$ .

Case 2:  $x < 7$ ,  $|x - 7| = -(x - 7)$

Her er det også 2 betingelser som begge må være oppfylt:

Betingelse 1:

$$\begin{aligned} 5 &< -\frac{x-2}{x-7} \\ -5(x-7) &< x-2 \\ 37 &< 6x \\ x &> \frac{37}{6} = 6.17 \end{aligned}$$

Betingelse 2:

$$\begin{aligned} -\frac{x-2}{x-7} &< 10 \\ -x+2 &> 10(x-7) \\ x &< 6.55 = \frac{72}{11} \end{aligned}$$

Slik at dette caset gir  $x \in (6.17, 6.55)$ .

Det totale svaret på oppgaven blir da  $x \in (6.17, 6.55) \cup (7.56, 8.25)$ .