

Del10 av oppfriskningskurset i matematikk. Integrasjonsteknikker

Haakon C. Bakka

Institutt for matematiske fag

9.-14 august 2010

Når vi har kontinuerlige funksjoner så er integrasjon det samme som antiderivasjon

-Dette kan vi bruke for å finne regneregler:

Linearitet

La a og b konstanter, f og g funksjoner, da er:

$$\int a \cdot f + b \cdot g \, dx = a \cdot \int f \, dx + b \cdot \int g \, dx.$$

Eksempel

$$\int 2x + 3 = 2 \int x + 3 \int 1$$

Hva er det motsatte av kjernerregel?

Kjernerregel

$$\frac{d}{dx} f(u(x)) = \frac{d}{du} f(u) \cdot \frac{d}{dx} u(x).$$

For eksempel: $\frac{d}{dx} \frac{1}{\ln(x)}$

Integrasjon ved substitusjon

$$\int f(u) \cdot u' dx = \int f(u) du$$

Eksempel

$$\int \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$$

Pass på

Vi må enten putte tilbake uttrykket for kjernen, eller forandre grensene. Eksempel: $\int_{e^2}^{e^4} \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$

Det motsatte av produktregelen er?

Produktregelen

$$\frac{d}{dx}(f \cdot g) = f' \cdot g + f \cdot g'$$

For eksempel: $\frac{d}{dx} x \cdot \ln(x)$

Delvis integrasjon

$$\int f \cdot g' dx = f \cdot g - \int f' \cdot g dx$$

Eksempel

$$\int \ln(x) dx$$

Delbrøkkoppspaltning

Eksempel

$$\int \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} dx = \int \frac{4}{x^2-4} dx.$$

Vi kan regne integralet på venstre side men ikke høyre, så det er ikke lurt å sette på felles brøkstrek. Men hva om vi har integralet på høyre side, kan vi da få tak i det på venstre side?

Hvordan gjøre delbrøkkoppspaltning

Steg 1: Faktoriser nevneren

Steg 2: Gjett på brøker med passe konstanter oppå

Steg 3: Reduser funksjonslikningen du får til lineære likninger

Steg 4: Løs de lineære likningene

Hvis likningene i steg 4 ikke kan løses har vi gjettet feil i steg 2.

Eksempel

Spalt opp $\frac{1}{x^2-4}$ og $\frac{3}{(x+2)(x-1)(x-3)}$.