

Del 4 av oppfriskningskurset i matematikk

Ulikheter

Haakon C. Bakka

Institutt for matematiske fag

9.-14. august 2010

Grunnleggende

For å være fullstendige tar vi med:

Definisjon

$a < b$ betyr at a er mindre enn og ikke lik b (a strengt mindre enn b).

$b > a$ betyr det samme som over, det har ingen ting å si hvilken vei man skriver det.

$a > b$ blir altså a ekte større enn b .

$a \leq b$ betyr a mindre enn eller lik b (vi sier ofte a mindre enn b).

Eksempler

$$-2 < 0$$

$$3 > 2$$

$$-1 < 0 \leq 1 \leq 1 < 4 \leq 17 < 200$$

Demokrati

Hvilke av disse regnereglene kan vi bruke om ulikheter?

- $a < b \Rightarrow ac < bc$
- $a \leq b \Rightarrow ac \leq bc$
- $a \leq b \Rightarrow ac \leq bc$ når $c \geq 0$
- $a < b \Rightarrow a \leq b$
- $a < b \Leftrightarrow -b < -a$
- $a < b \Rightarrow cb < ca$ når $c < 0$

Merk: Å dele på 4 er det samme som å gange med $\frac{1}{4}$.

Eksempel 1

Cern

Higgs sitter i CERN og regner. Han skal gjøre et fysikkeksperiment som lager et sort hull. Som vanlig i CERN skal de kolliderer partikler i nesten-lyshastighet for å få det til. Han lurer på hvor mye energi han må bruke og hvor nøyaktig han må være med innstillingene på maskinen. Han har fått en formel av Hawking for hvor stor radius (målt i meter) det sorte hullet får som funksjon av energien:

$$R = f(E) = \frac{1}{2}\sqrt{E - 2}.$$

Higgs vet at hvis hullet blir mindre enn 1mm rekker de ikke måle noe før det forsvinner igjen. Hvis det blir større enn 1cm vil det sluke jorden (for interesserte: se film på youtube).

Ulikheter og absoluttverdi

Det er vanlig å kombinere ulikheter og absoluttverdier:

Eksempel

Hvis vi vil si at x er mer enn 3 unna 1: $|x - 1| > 3$

Vi vet at x befinner seg nærmere 1 enn 3: $|x - 1| < |x - 3|$.

Hvordan dele opp absoluttverdier?

Hvis du regner og kommer til: $|f(x)| < 3$ (hvor $f(x)$ er et uttrykk)

Så er det ekvivalent med: $f(x) < 3$ OG $f(x) > -3$

Eksempel 2

Finn alle x som tilfredsstill $x^2 + 2x + 1 < 4$.

Enten sette prøve på svaret (∞ mye arbeid), eller regne med ekvivalenser?