NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA2401/MA6401 Geometri**

Faglig kontakt under eksamen:

Tlf:

Eksamensdato: August 2019

Eksamenstid (fra–til):

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:
Selv om du ikke har klart å løse en deloppgave, kan du likevel bruke resultatet fra denne deloppgaven når du besvarer senere oppgaver.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 I hvilke(n) geometri(er) er følgende utsagn sanne? Du trenger ikke å begrunne svaret.

i. I en Lambert-firkant så er det et hjørne med vinkelmål mindre enn 90 grader.

ii. Dersom $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er to trekanter slik at $AB = DE$, $AC = DF$ og $\mu(\angle CAB) > \mu(\angle FDE)$, så er $BC > EF$.

iii. For enhver trekant eksisterer en sirkel hvor alle hjørnene til trekanten ligger på sirkelen.

iv. Det eksisterer rektangler.

v. For enhver trekant eksisterer en sirkel hvor alle sidene i trekanten definerer tangentlinjer til sirkelen.

Oppgave 2 NØYTRAL GEOMETRI

I tillegg til aksiomene i nøytral geometri, anta at lineært par-teoremet, tverrliggerteoremet, scalene-ulikheten, ytre-vinkel-teoremet, alternerende-indre-vinkel (AIV) teoremet, likebeint-trekant-teoremet, VVS, VSV og SSS er kjent.

a) La $\triangle ABC$ være en trekant. Vis at $AB < AC + CB$.

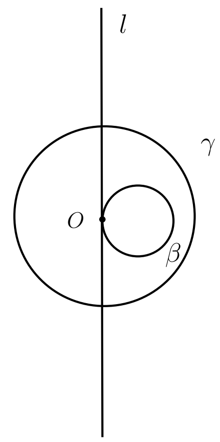
b) Vis at det euklidske parallellpostulatet (EPP) impliserer at vinkelsummen i enhver trekant er 180 grader. (Her kan det brukes uten bevis at EPP $\Leftrightarrow$ det motsatte av AIV teoremet.)

Oppgave 3 EUKLIDSK GEOMETRI

La $\gamma = \mathcal{C}(O, 3)$ være en sirkel med sentrum O og radius 3. Videre, la l være en linje slik at $O \in l$ og la β være en sirkel med radius 1 slik at l er en tangentlinje til β ved O (se skisse).

a) La η_1 være inversjonen av linjen l i γ. Beskriv kurven η_1. Forklar ved hjelp av en skisse.

b) La η_2 være inversjonen av linjen l i β. Beskriv η_2. Tegn en skisse som inneholder l, γ, β, η_1 og η_2. Pass nøye på at figuren viser hvordan de forskjellige linjene og kurvene ligger i forhold til hverandre.



Oppgave 4

a) EUKLIDSK GEOMETRI
Vis at Saccheri-firkanter er rektangler i euklidsk geometri.

b) HYPERBOLSK GEOMETRI
Hvilke egenskaper har en Saccheri-firkant i hyperbolsk geometri? Forklar gjerne med en skisse. La l være en linje. Bruk disse egenskapene til å vise at en linje m, hvor $m||l$, er i en gitt avstand d fra l ved maksimalt to ulike punkter på m.

Oppgave 5 La $\triangle ABC$ være en trekant. Tegn en linje gjennom hvert hjørne i trekanten slik at linjen er parallell med den motstående siden.

a) EUKLIDSK GEOMETRI
Vis at de tre linjene danner en trekant som er formlik $\triangle ABC$.

b) HYPERBOLSK GEOMETRI
Vis at de tre linjene *ikke* danner en trekant som er formlik $\triangle ABC$.