Institutt for matematiske fag

# Eksamensoppgave i **MA2401/MA6401 Geometri**

**Faglig kontakt under eksamen:**

**Tlf:**

**Eksamensdato:** august 2018

**Eksamenstid (fra–til):** 09:00-13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt: Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270X, Hewlett Packard HP30S

**Annen informasjon:**
Selv om du ikke har klart å løse en deloppgave, kan du likevel bruke resultatet fra denne deloppgaven når du besvarer senere oppgaver.

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

| **Informasjon om trykking av eksamensoppgave** | |
|---|---|
| **Originalen er:** | |
| **1-sidig** ☐ | **2-sidig** ☐ |
| **sort/hvit** ☐ | **farger** ☐ |
| **skal ha flervalgskjema** ☐ | |

Dato Sign

**Oppgave 1** I 1821/1822 oppdaget flere matematikere uavhengig av hverandre et teorem innen euklidsk geometri som har fått navnet ”ni-punktssirkelen“ heftet ved seg. Gi en kortfattet beskrivelse (uten bevis) for hva dette teoremet sier.

I de følgende oppgavene, der $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ er en nøytral geometri, kan man fritt benytte etter behov følgende teoremer angående trekanter: ASA, AAS og SSS. Bruk gjerne figurer for å illustrere resonnementene i besvarelsene til oppgavene.

**Oppgave 2** La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en *nøytral* geometri.

**a)** La $\Delta ABC$ være en trekant. Vis at $\angle BAC \cong \angle ABC$ hvis og bare hvis $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.

**b)** La $A, B \in \mathbb{P}$, $A \neq B$. Vis at $P \in \mathbb{P}$ ligger på midtnormalen til $\overline{AB}$ hvis og bare hvis $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.

**Oppgave 3** La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en *nøytral* geometri. La $\square ABCD$ være en Saccheri-firkant med grunnlinje (”base“ ) $\overline{AB}$.

**a)** Vis at $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

**b)** Vis at $\angle BCD \cong \angle ADC$.

**c)** Vis at høyden til $\square ABCD$ (altså linjesegmentet mellom midtpunktene av $\overline{AB}$ og $\overline{CD}$) er normal til både $\overline{AB}$ og $\overline{CD}$.

**Oppgave 4** La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en *hyperbolsk* geometri. La $m, n \in \mathbb{L}$ slik at $m \parallel n$, $m \neq n$. Anta at det eksisterer to distinkte punkter $P, Q \in \mathbb{P}$ slik at $P \in m$, $Q \in m$, og slik at $P$ og $Q$ har like stor avstand til $n$. Vis at $m$ og $n$ har en felles normal $t \in \mathbb{L}$.

**Oppgave 5** La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en *euklidsk* geometri.

**a)** La $\ell, m \in \mathbb{L}$. Vis at dersom $l \parallel m$, $\ell \neq m$, så finnes en linje $t \in \mathbb{L}$ slik at $t \perp \ell$ og $t \perp m$. (Hint: Bruk MAIV, dvs. det motsatte-alternerende-indre-vinkel teoremet. Du trenger ikke vise MAIV.)

**b)** Anta at trekanten $\Delta ABC$ er likesidet. Vis at sentroiden og omsenteret til $\Delta ABC$ faller sammen.

**Oppgave 6** La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en *euklidsk* geometri. La $\Delta ABC$ være en trekant, og la $M$ være midtpunktet til $\overline{AB}$. Vis at dersom $\overline{AM} \cong \overline{MC}$, så er $\angle ACB$ en rett vinkel.