NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA2401/MA6401 Geometri**

Faglig kontakt under eksamen: Christian Skau

Tlf: 979 65 057

Eksamensdato: 14. mai 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt: Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270X, Hewlett Packard HP30S

Annen informasjon:
Selv om du ikke har klart å løse en deloppgave, kan du likevel bruke resultatet fra denne deloppgaven når du besvarer senere oppgaver.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☐
sort/hvit ☐	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 I 1765 oppdaget Euler et teorem vedrørende trekanter innen euklidsk geometri som Euklid hadde oversett. I den matematiske litteraturen er termen "Eulerlinjen" knyttet til denne oppdagelsen. Gi en kortfattet beskrivelse (uten bevis) av hva Euler oppdaget, gjerne ved hjelp av en figur.

Oppgave 2 La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en hyberbolsk geometri. Hvilke av følgende utsagn er korrekte? (Du trenger ikke begrunne svarene.)

(a) Ingen trekanter kan omskrives av en sirkel.

(b) Det finnes trekanter som ikke tillater en innskreven sirkel.

(c) Dersom to trekanter er formlike ("similar"), så er de kongruente.

(d) Dersom ℓ, m og n er tre distinkte linjer slik at $l \parallel m$ og $m \parallel n$, så vil $l \parallel n$.

I de følgende oppgavene, der $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ er en nøytral geometri, kan man fritt benytte etter behov følgende teoremer og resultater: lineært par-teoremet, tverrstangsteoremet, scalene-ulikheten, ytre-vinkel-teoremet, alternerende-indre-vinkel (AIV) teoremet og likebent-trekant-teoremet. Bruk gjerne figurer for å illustrere resonnementene i besvarelsene til oppgavene.

Oppgave 3 I denne oppgaven er $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ en nøytral geometri.

a) La trekantene ΔABC og ΔDEF stå i følgende forhold til hverandre: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle ACB \cong \angle DFE$, $\angle ABC \cong \angle DEF$. Vis at $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

b) La $\ell \in \mathbb{L}$, $P \in \mathbb{P}$, $P \notin \ell$. Vis at det finnes en <u>entydig</u> linje $m \in \mathbb{L}$ slik at $P \in m$ og $m \perp \ell$.

c) La $\ell \in \mathbb{L}, P \in \mathbb{P}, P \notin \ell$. Vis at det finnes $n \in \mathbb{L}$ slik at $P \in n$ og $n \parallel \ell$.

Oppgave 4

a) Vis at i nøytral geometri så vil en linje ℓ skjære en sirkel $\gamma = \mathcal{C}(O, r)$ i høyst to punkter.

b) Dessuten, vis at dersom linjen ℓ er tangent til sirkelen $\gamma = \mathcal{C}(O, r)$ i punktet P så vil $\overleftrightarrow{OP} \perp \ell$.

Oppgave 5 La $G = (\mathbb{P}, \mathbb{L})$ være en nøytral geometri. Denne oppgaven omhandler to utsagn som er sanne i euklidsk geometri, men ikke nødvendigvis i nøytral geometri, nemlig det euklidske parallellpostulat og Proclusaksiomet:

Det euklidske parallellpostulat: dersom $P \in \mathbb{P}, \ell \in \mathbb{L}, P \notin \ell$, så finnes det en <u>entydig</u> $m \in \mathbb{L}$ slik at $P \in m$ og $m \parallel \ell$.

Proclusaksiomet: dersom ℓ og ℓ' er parallelle linjer og t er en linje slik at $t \neq \ell$ og $t \cap \ell \neq \emptyset$, så vil $t \cap \ell' \neq \emptyset$.

a) Vis at det euklidske parallellpostulatet sammen med aksiomene for nøytral geometri medfører at Proclusaksiomet er oppfylt.

b) Motsatt, vis at Proclusaksiomet sammen med aksiomene for nøytral geometri medfører at det euklidske parallellpostulatet er oppfylt.

Oppgave 6 Anta at vinkelsummen til alle trekantene i en nøytral geometri har samme verdi, r. Vis at da må $r = 180°$.