NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA2401/MA6401 Geometri**

Faglig kontakt under eksamen: Torkil Utvik Stai

Tlf: 7359 3464 / 476 38 459

Eksamensdato: Tirsdag 24. mai 2016

Eksamenstid (fra–til): 09:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

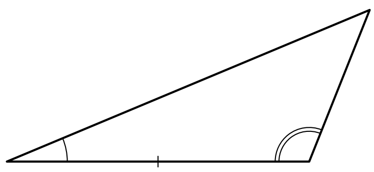
Kontrollert av:

Dato Sign

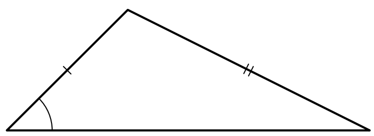
Oppgave 1 (*Teller som to punkter.*) For hver av påstandene nedenfor, svar bare med bokstaven **N** dersom påstanden er gyldig i nøytral geometri, **E** dersom påstanden er gyldig i euklidsk geometri men ikke i hyperbolsk geometri, **H** dersom påstanden er gyldig i hyperbolsk geometri men ikke i euklidsk geometri, **U** dersom påstanden er ugyldig både i euklidsk og hyperbolsk geometri. Skriv svaret slik: 1: X, 2: X, ..., der hver X er enten **N**, **E**, **H** eller **U**. *Du skal ikke begrunne svarene.*

1. $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er likeformede dersom $\angle CAB \cong \angle FDE$ og $\angle ABC \cong \angle DEF$.
2. La D og E være midtpunktet på $\overline{AB}$ og $\overline{AC}$ i $\triangle ABC$. Da er $DE = \frac{1}{2}BC$.
3. For tre forskjellige linjer ℓ, m og n med $\ell \parallel m$ og $\ell \parallel n$ er $m \parallel n$.
4. For tre forskjellige linjer ℓ, m og n med $\ell \perp m$ og $\ell \perp n$ er $m \cap n = \emptyset$.
5. For tre forskjellige linjer ℓ, m og n med $\ell \parallel m$ og $\ell \perp n$ er $m \cap n \neq \emptyset$.
6. Motsatte vinkler i et parallellogram er kongruente.
7. En konveks firkant uten rette vinkler har minst en stump vinkel.
8. I en trekant med en stump vinkel er de to andre vinklene spisse.
9. Sammensetningen av to rotasjoner om forskjellige punkter kan skrives som en sammensetning av to speilinger.
10. Sammensetningen av to forskjellige speilinger er enten en rotasjon eller en sammensetning av to rotasjoner om forskjellige punkter.

Oppgave 2 NØYTRAL GEOMETRI:



a. Formuler og bevis kongruessetningen kjent ved forkortelsen ASA (vinkel–side–vinkel).



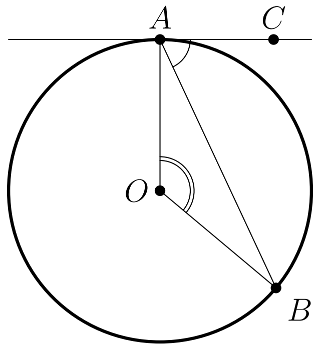
b. En annen mulig kongruenssetning kunne være kjent ved forkortelsen ASS (vinkel–side–side). Forklar kort hvorfor den *ikke* er gyldig. Vis at den likevel er gyldig dersom den gitte siden motstående den gitte vinkelen (to tverrstreker i figuren) er lengre enn den andre gitte siden (én tverrstrek).

Oppgave 3 Vi sier at en linje m ligger *mellom* to ikketomme punktmengder G_1 og G_2 dersom G_1 i sin helhet ligger innenfor det ene halvplanet avgrenset av m, og G_2 ligger i det andre halvplanet.

a. EUKLIDSK GEOMETRI: Anta at ℓ, m og n er tre innbyrdes parallelle linjer. Vis at en av de tre linjene ligger mellom de to andre.

b. HYPERBOLSK GEOMETRI: Hva er linjene og punktene i Poincarédisken? Beskriv de to halvplanene avgrenset av en linje i denne modellen. Gi et eksempel på tre linjer i Poincarédisken slik at ingen av de tre linjene ligger mellom de to andre.

Oppgave 4



a. EUKLIDSK GEOMETRI: To punkter A og B ligger på en sirkel med sentrum i O. Punktene O, A og B er ikke kolineære. Punktet C ligger på samme side av $\overleftrightarrow{OA}$ som B, slik at linjen $\overleftrightarrow{AC}$ er tangent til sirkelen. Vis at

$$\mu(\angle BOA) = 2\mu(\angle BAC).$$

Hva er relasjonen mellom de to vinklene hvis C og B i stedet ligger på hver sin side av $\overleftrightarrow{OA}$?

b. I samme situasjon som over, og med B og C på samme side av $\overleftrightarrow{OA}$, men i HYPERBOLSK GEOMETRI, er $\mu(\angle BOA)$ lik, større enn, eller mindre enn $2\mu(\angle BAC)$, eller kan dette ikke avgjøres?