NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA2401/MA6401 Geometri**

Faglig kontakt under eksamen: Christian Skau

Tlf: 7359 1755

Eksamensdato: august 2015

Eksamenstid (fra–til): 09.00-13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Enkel, gyldig kalkulator tilllatt (SR-270X, HP30S). Linjal og passer tillatt.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1

Hvilke av følgende utsagn er sanne?

(i) Det euklidske parallellpostulatet er ekvivalent med at det alternerende-indre-vinkel-teoremet er sant i nøytral geometri.

(ii) Dersom det eksisterer et rektangel i nøytral geometri så eksisterer det til hver linje l og hvert eksternt punkt P nøyaktig en linje gjennom P som er parallell til l.

(iii) Toppvinklene i en Saccheri-firkant er mindre eller lik 90°.

(iv) I nøytral geometri finne det en Lambert-firkant som ikke er et parallellogram.

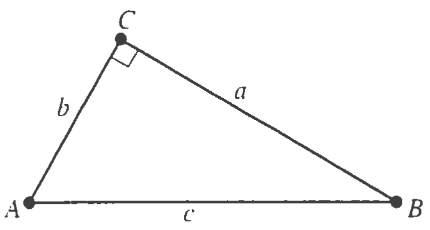
Oppgave 2

a) (Euklidsk geometri). La ΔABC være en rettvinklet trekant der hypotenusen er dobbelt så lang som en av katetene. Vis at da er vinklene $30°, 60°, 90°$.

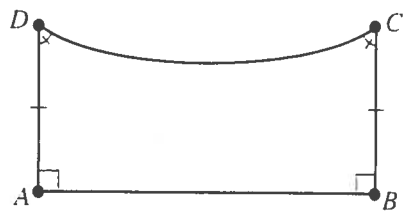
b) (Euklidsk geometri). Bevis det motsatte av Pythagoras' teorem: Hvis $c^2 = a^2 + b^2$, så er $\angle ACB$ rett. (Se Figur 1).

c) Hyperbolsk geometri). Bevis at Pythagoras' teorem ikke gjelder generelt. (Her, dvs. i hyperbolsk geometri, kan man uten å gi bevis benytte at i en Saccheri-firkant er $AB < CD$ (Se Figur 2).)

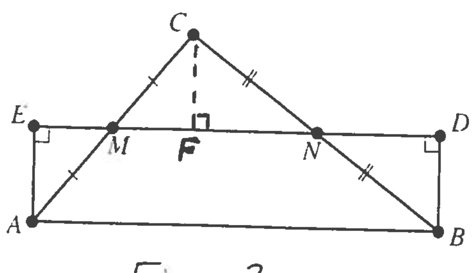
(Vink: La ΔABC være en trekant der $\angle ACB$ er rett. La M være midtpunktet på $\overline{AC}$ og N midtpunktet på $\overline{BC}$. La E, D, F være fotpunktene til normalene fra A, B, C på $\overleftrightarrow{MN}$ (Se Figur 3.) Bevis at $MN = \frac{1}{2}ED$ og $MN < \frac{1}{2}AB$. Benytt dette til å bevise at Pythagoras' teorem ikke kan holde både for ΔABC og ΔMNC.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Oppgave 3

Vis at i en nøytral geometri $G = (\mathbf{P}, \mathbf{L})$, der $\mathbf{P}$ er mengden av punkter og $\mathbf{L}$ er linjene, så gjelder følgende: La $P_1, P_2, \cdots P_n$ være n distinkte punkter. Det fins en linje $l \in \mathbf{L}$ slik at alle n punktene ligger i et av de to halvplanene bestemt av l.

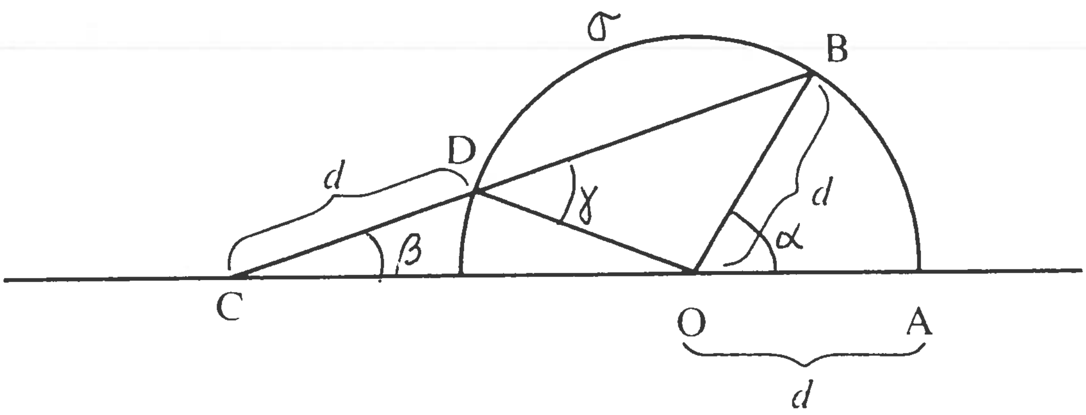
(Hint: Bruk induksjon med hensyn på antall punkter. Tegn figur.)

Oppgave 4

Betrakt konfigurasjonen i euklidsk geometri illustrert i Figur 4, der σ er en halvsirkel med sentrum O og radius d, og B, C og D ligger på en linje. La $\beta = \mu(\angle OCD), \gamma = \mu(\angle ODB), \alpha = \mu(\angle AOB)$.

a) Uttrykk γ ved β.

b) Uttrykk α ved β.



Figur 4.