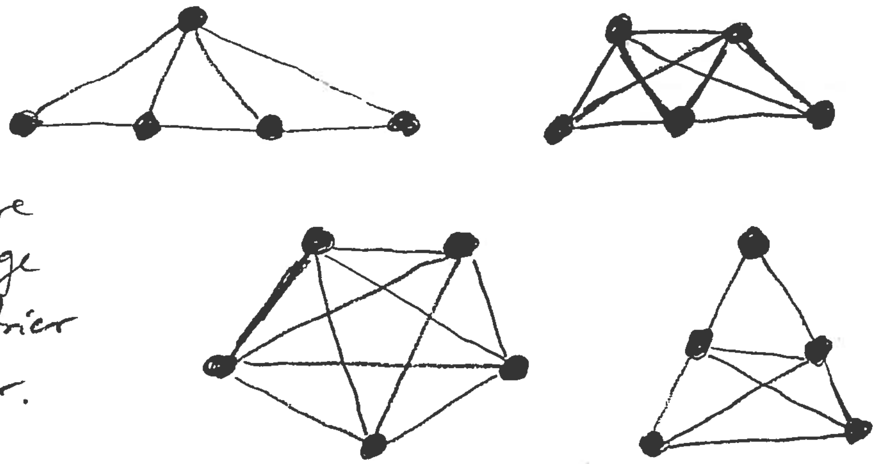
Eksamen i MA2401: Geometri, 6 juni, 2015

Løsningsforslag

Oppgave 1

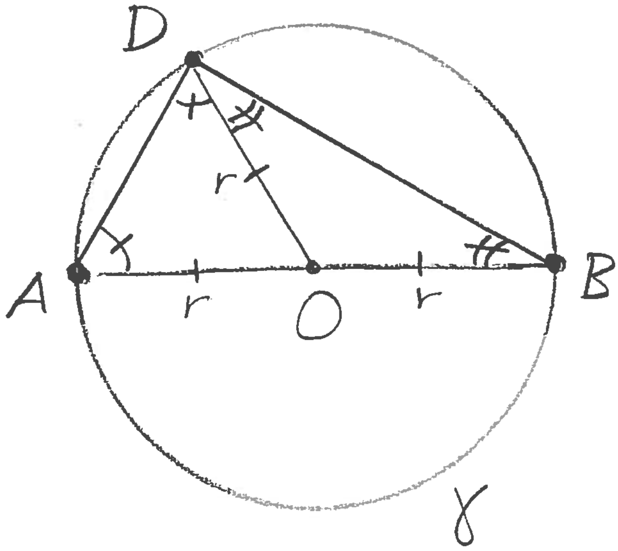


Det finnes fire vesensforskjellige insidensgeometrier på 5 punkter.

Oppgave 2

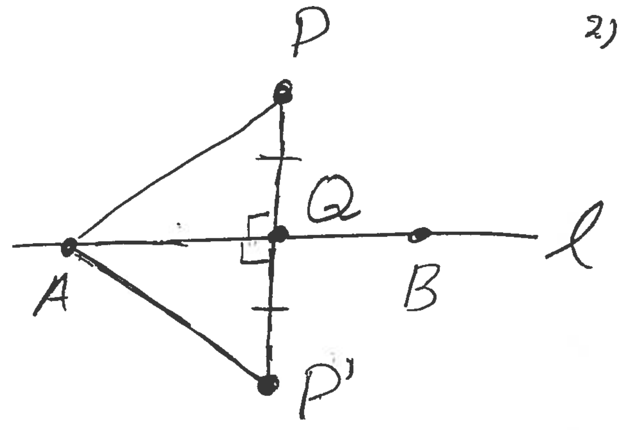
(i), (ii) og (iv) er sanne; (iii) er ikke sann.

Oppgave 3



Trekantene $\triangle AOD$ og $\triangle BOD$ er likebeinte. Da er grunnvinklene like, dvs.
$\mu(\angle OAD) = \mu(\angle ODA)$ og
$\mu(\angle OBD) = \mu(\angle ODB)$. Siden $\sigma(\triangle ABD) = 180°$,
så får vi (siden $\mu(\angle ADB) = \mu(\angle ODA) + \mu(\angle ODB)$):

$$180° = \sigma(\triangle ABD) = \mu(\angle OAD) + \mu(OBD) + \mu(ADB)$$
$$= 2\mu(\angle ADB), \text{ og altså } \mu(\angle ADB) = \underline{90°}$$



Oppgave 4

Trekantene $\triangle AQP$ og $\triangle AQP'$ er kongruente ifølge (SAS). Da ser man lett av figuren at $\overline{AP} \cong \overline{AP'}$ og at $\angle BAP = \angle QAP \cong \angle QAP' = \angle BAP'$.

Oppgave 5

Betrakt trekanten $\triangle ABE$. La $n = \overleftrightarrow{CD}$. Da ligger ikke A, B eller E på n. Dessuten snitter n segmentet $\overline{AE}$ i D. Ifølge Pasch's aksiom så må n snitte enten $\overline{AB}$ eller $\overline{BE}$. Dersom n skulle snitte $\overline{AB}$ så måtte det være i C, men da vil $A * C * B$, i motstrid med at $A * B * C$. Altså må n snitte $\overline{BE}$ i et punkt M. Ifølge tverrstangsteoremet ("The Crossbar Theorem") så vil M ligge på $\overline{CD}$, og altså $\overline{BE} \cap \overline{CD} = \{M\}$. (Observer at $\angle BAE = \angle CAD$.)

<u>Oppgave 6</u> a) Ifølge Oppgave 4 så vil $VU = VU'$ og $WU = WU''$.

b) Ifølge Oppgave 4 er $\mu(\angle BAU) = \mu(\angle BAU'')$ og $\mu(\angle CAU') = \mu(\angle CAU)$. Da er:

$$\mu(\angle U'AU'') = \mu(\angle CAU') + \mu(\angle CAU) + \mu(\angle BAU) + \mu(\angle BAU'')$$
$$= 2(\mu(\angle CAU) + \mu(\angle BAU))$$
$$= \underline{\underline{2\mu(\angle BAC)}}$$

Ifølge Oppgave 4 så er $AU' = AU = AU''$, altså er $\triangle AU'U''$ likebeinet.

c) Siden vinkelmålet til $\angle U'AU''$ er uavhengig av U og $AU = AU' = AU''$, så vil $U'U''$ (altså omkretsen til $\triangle UVW$ ifølge a)) være minst når AU er minst. Det betyr at U må være fotpunktet til høyden fra A.

d) Dersom man tar utgangspunkt i B istedet for A, så får man av resonnementet i c) at V må være fotpunktet til høyden fra B. Tilsvarende er W fotpunktet til høyden fra C.