**Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet**
**Instituttt for matematiske fag**



Faglig kontakt under eksamen:
Per Hag (73 59 17 43)

# KONTINUASJONSEKSAMEN I MA2401/MA6401 GEOMETRI

XXXXXX. august 2013
Tid: 09:00 – 13:00
Sensur XX. xxxxx 2013
Bokmål

Hjelpemidler: Kode D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Enkel gyldig kalkulator tillatt (SR-270X, HP30S). Linjal og passer tillatt.

## Oppgave 1

(NØYTRAL GEOMETRI)

**a)** Skriv opp ytre-vinkel-teoremet. Skriv opp teoremet angående vinklene ved grunnlinjen i en likebenet trekant. (Isosceles Triangle Theorem.) Bevis for disse teoremer kreves ikke.

**b)** Bevis Scalene-ulikheten: La $\Delta ABC$ være en trekant. Da er $AB > BC$ hvis og bare hvis $\mu(\angle ACB) > \mu(\angle BAC)$.

**c)** Bevis trekantulikheten: Hvis $A, B$ og $C$ er ikke-kolineære punkter, så gjelder:

$$AC < AB + BC$$

## Oppgave 2

(EUKLIDSK GEOMETRI)

**a)** La $\Delta ABC$ være en trekant der $\angle ACB$ er rett.
La $D$ være fotpunktet for normalen fra $C$ ned
på $\overleftrightarrow{AB}$ . Gi en kort begrunnelse for at $A * D * B$.
Bevis at $\angle ACD \cong \angle ABC$.

**b)** Benytt fundamentalteoremet for formlike trekanter til å bevise følgende:

(i) $AD/AC = AC/AB$

(ii) $BD/BC = BC/AB$

Gjelder det samme beviset i nøytral geometri?

**c)** Benytt resultatet i b) til å bevise Pytagoras' teorem.

**d)** Bevis det motsatte av Pytagoras' teorem:
Dersom vi for en trekant $\Delta ABC$ har at:
$(AB)^2 = (AC)^2 + (CB)^2$, så er $\angle ACB$ rett.

## Oppgave 3

(HYPERBOLSK GEOMETRI)

**a)** Gi en kort beskrivelse av Poincarés disk-modell for hyperbolsk geometri. Forklar hvorfor det hyperbolske parallell-postulat er oppfylt i denne modellen.

**b)** Bevis at dersom

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF,$$

så må

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF.$$

**c)** Forklar hvorfor eksistensen av en modell for hyperbolsk geometri som er basert på euklidsk geometri satte sluttstrek for alle forsøk på å *bevise* Euklids parallell-postulat innenfor nøytral geometri.