Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Per Hag (73 59 17 43)

EKSAMEN I MA2401/MA6401 GEOMETRI

Mandag 21. mai 2012
Tid: 09:00 – 13:00
Sensur 11.juni 2012
Bokmål

Hjelpemidler: Kode D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Enkel gyldig kalkulator tillatt (SR-270X, HP30S). Linjal og passer tillatt.

NB!. De 4 oppgavene teller likt.

Oppgave 1

I denne oppgaven skal en i hvert punkt krysse av *i en eller flere av rutene* for å angi at det framsatte utsagn/teorem er sant i:

N = nøytral geometri, E = euklidsk geometri, H = hyperbolsk geometri.

(Ytterligere begrunnelse kreves ikke i denne oppgaven.)

a) Alternativ-indre-vinkel-teorem (AIVT)

N	E	H
☐	☐	☐

b) Det motsatte av AIVT (MAIVT)

N	E	H
☐	☐	☐

c) Et vilkårlig Saccheri-kvadrilateral er et parallellogram

N	*E*	*H*
☐	☐	☐

d) Det finnes en trekant med vinkelsum = 180°

N	*E*	*H*
☐	☐	☐

e) To linjer kan ha høyst en felles-normal

N	*E*	*H*
☐	☐	☐

f) En periferi-vinkel i en sirkel som spenner over en halvsirkel-bue, må være rett

N	*E*	*H*
☐	☐	☐

g) Det finnes trekanter som ikke har en omskrevet sirkel

N	*E*	*H*
☐	☐	☐

h) Pytagoras´ teorem

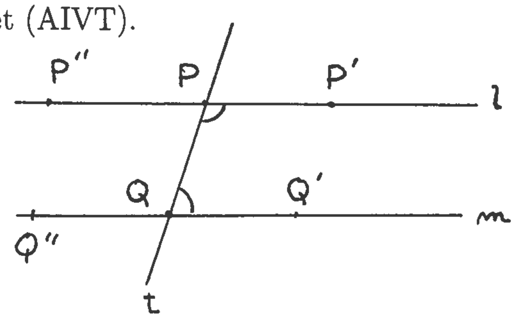
N	*E*	*H*
☐	☐	☐

Oppgave 2

(NØYTRAL GEOMETRI)

a) Skriv ned ytre-vinkel-teoremet, (YVT). (Bevis kreves ikke for dette teoremet.) Benytt YVT til å bevise alternativ-indre-vinkel-teoremet (AIVT).

b) Bevis at dersom
$\mu(\angle P'PQ) + \mu(\angle Q'QP) = 180°$
på figuren, så er linjene l og m parallelle.



c) Gjelder den motsatte implikasjon: Dersom l og m er parallelle, så må $\mu(\angle P'PQ) + \mu(\angle Q'QP) = 180°$? (Begrunn svaret.)

Oppgave 3

(EUKLIDSK GEOMETRI)

Trykkfeil! Varslet tidlig under eksamen

a) La $\square ABCD$ være et vilkårlig kvadrilateral og la videre M være midtpunktet på $\overline{AB}$, N midtpunktet på $\overline{BC}$, O midtpunktet på $\overline{CD}$ og P midtpunktet på $\overline{DA}$. Bevis at da må $\square MNOP$ være et parallellogram. (VINK: Tegn diagonalene.) Lar dette bevis seg gjennomføre i nøytral geometri?

b) Bevis det motsatte av Pytagoras' teorem: Hvis ΔABC er en trekant som er slik at $(BC)^2 + (CA)^2 = (AB)^2$, så må $\angle BCA$ være rett. Hvilke setninger bruker du?

Oppgave 4

(HYPERBOLSK GEOMETRI)

a) Gi en kort beskrivelse av Poincarés disk-modell for hyperbolsk geometri. Tegn en skisse som viser at det hyperbolske parallell-postulat gjelder i denne modellen.

b) Hva forstår man ved en euklidsk inversjon $I_{O,r}$ i en sirkel $C = C(O, r)$? Hva vil det si at to sirkler står vinkelrett på hverandre i euklidsk geometri?

c) Innenfor euklidsk geometri kan det bevises at to sirkler $C = C(O, r)$ og β står vinkelrett på hverandre hvis og bare hvis det finnes et punkt P på β slik at $I_{O,r}(P) = P'$ også ligger på β. (Bevis for dette siste utsagnet kreves ikke!)

Bevis at insidens-postulatet holder i Poincarés disk-modell.

(Insidens-postulatet: For hvert par av punkter P og Q, $P \neq Q$, finnes det eksakt en linje l slik at $P \in l$ og $Q \in l$.)