**Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet**
**Institutt for matematiske fag**



Faglig kontakt under eksamen: Per Hag
tlf. 91743

# Eksamen i MA2401/MA6401 GEOMETRI

Bokmål
Lørdag 7. juni 2008
Tid: 09.00 - 13:00
Hjelpemidler: Kode D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Enkel kalkulator (HP30S) tillatt. Linjal og passer tillatt.

Sensur: Torsdag 26. juni 2008

## Oppgave 1

Dette er en oppgave i NØYTRAL geometri.

a) Bevis følgende teorem:

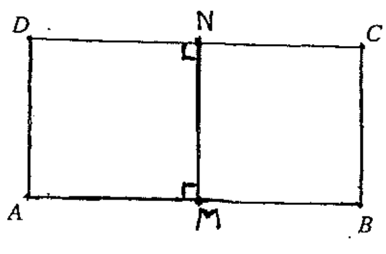
Hvis $l$ og $m$ er to forskjellige, ikke-parallelle linjer, så har de eksakt et punkt $P$ felles. Hvilket aksiom benyttes i beviset?

b) Skriv opp ytre-vinkel-teoremet; (YVT). Beviset kreves ikke.

c) Skriv opp og bevis alternativ-indre-vinkel-teoremet; (AIVT).

d) Bevis vinkel-vinkel-side-teoremet; (AAS). Hvilke aksiomer/teoremer inngår i beviset?

e) Hva forstår man ved et Saccheri-kvadrilateral? Bevis at et Saccheri-kvadrilateral er et parallellogram. (Det kan benyttes at segmentet $\overline{MN}$ som forbinder midtpunktene $M$ og $N$ på henholdsvis $\overline{AB}$ og $\overline{CD}$ står vinkelrett på disse sidene, uten at dette skal bevises.)



**Oppgave 2**

Dette er en oppgave i EUKLIDSK geometri.

a) Skriv opp parallellaksiomet i euklidsk geometri. (Hilberts parallellaksiom.) Skriv også opp Euklids opprinnelige parallellaksiom.

b) Skriv opp og bevis det motsatte av alternativ-indre-vinkel-teoremet.

c) Bevis at for et parallellogram $\square ABCD$ er motstående vinkler kongruente og motstående sider kongruente. Kan dette bevises innenfor nøytral geometri? Begrunn svaret.

d) Skriv opp fundamental-teoremet for formlike trekanter. Bevis kreves ikke.

e) Bevis Pytagoras' teorem. Kan dette bevis gjennomføres i nøytral geometri? Begrunn svaret.

**Oppgave 3**

Dette er en oppgave i HYPERBOLSK geometri.

a) Bevis at dersom to trekanter er formlike, så er de også kongruente.

b) Gi en kort beskrivelse av Poincarés disk-modell for hyperbolsk geometri.

c) Anta at $P$ og $Q$ er to distinkte punkter i Poincaré-disken. Bevis følgende: Det finnes eksakt en Poincaré-linje som inneholder både $P$ og $Q$. (Ta med så mange detaljer i beviset som tiden tillater.)

d) Tegn en skisse og forklar hvordan man kan konstruere Poincaré-linjen omtalt i c) v.h.a. passer og linjal.

**Noregs teknisk–naturvitskaplege universitet**
**Institutt for matematiske fag**



Fagleg kontakt under eksamen: Per Hag
tlf. 91743

# Eksamen i MA2401/MA6401 GEOMETRI

Nynorsk
Laurdag 7. juni 2008
Tid: 09.00 - 13:00
Hjelpemiddel: Kode D. Ingen trykte eller handskrevne hjelpemiddel tillate. Enkel kalkulator (HP30S) tillate. Linjal og passar tillate.

Sensur: Torsdag 26. juni 2008

## Oppgåve 1

Dette er ei oppgåve i NØYTRAL geometri.

a) Bevis fylgjande teorem:

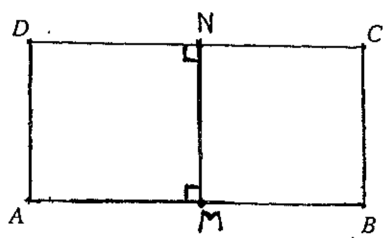
Hvis $l$ og $m$ er to forskjellige, ikkje-parallelle liner, så har dei eksakt eit punkt $P$ felles. Kva for eit aksiom blir nytta i beviset?

b) Skriv opp ytre-vinkel-teoremet; (YVT). Beviset krevst ikkje.

c) Skriv opp og bevis alternativ-indre-vinkel-teoremet; (AIVT).

d) Bevis vinkel-vinkel-side-teoremet; (AAS). Kva for aksiom/teorem inngår i beviset?

e) Kva forstår ein ved eit Saccheri-kvadrilateral? Bevis at eit Saccheri-kvadrilateral er eit parallellogram. (Det kan nyttast at segmentet $\overline{MN}$ som bind saman midtpunkta $M$ og $N$ på henholdsvis $\overline{AB}$ og $\overline{CD}$ står vinkelrett på desse sidene, utan at dette skal bevisast.)



## Oppgåve 2

Dette er ei oppgåve i EUKLIDSK geometri.

a) Skriv opp parallellaksiomet i euklidsk geometri. (Hilberts parallellaksiom.) Skriv og opp Euklids opprinnelege parallellaksiom.

b) Skriv opp og bevis det motsette av alternativ-indre-vinkel-teoremet.

c) Bevis at for eit parallellogram $\square ABCD$ er motståande vinklar kongruente og motstående sider kongruente. Kan dette bevisast innanfor nøytral geometri? Grunngje svaret.

d) Skriv opp fundamental-teoremet for formlike trekantar. Bevis krevst ikkje.

e) Bevis Pytagoras' teorem. Kan dette beviset gjennomførast i nøytral geometri? Grunngje svaret.

## Oppgåve 3

Dette er ei oppgave i HYPERBOLSK geometri.

a) Bevis at dersom to trekantar er formlike, så er dei også kongruente.

b) Gje ei kort beskriving av Poincarés disk-modell for hyperbolsk geometri.

c) Anta at $P$ og $Q$ er to distinkte punkt i Poincaré-disken. Bevis fylgjande: Det finst eksakt ei Poincaré-line som inneheld både $P$ og $Q$. (Ta med så mange detaljar i beviset som tida tillet.)

d) Tekn ei skisse og forklar korleis ein kan konstruera Poincaré-lina omtala i c) v.h.a. passar og linjal.