Geometri

– oppsummering –

for MA2401 Geometri

2016-04-19

Insidensgeometri

Udefinerte termer: Punkt, linje og «ligger på».

Definisjon: En linje går gjennom et punkt dersom punktet ligger på linjen.

Definisjon: En samling punkt kalles kolineære om de alle ligger på samme linje

Aksiomer:

- **IG1** Gjennom to distinkte punkt går eksakt én linje
- **IG2** Hver linje går gjennom minst to punkt
- **IG3** Det finnes tre ikke-kolineære punkt

Eksempel: Fanoplanet . . .

Nøytral geometri: Udefinerte termer

- Punkt (mengden av alle punkt kalles $\mathbb{P}$)
- Linje (noen punktmengder kalles linjer)
- Avstandsfunksjon: $AB \in \mathbb{R}$ for $A, B \in \mathbb{P}$
- Vinkelmål

Nøytral geometri: Aksiomer

- **NG1 (Eksistens)** Det finnes minst to punkt
- **NG2 (Insidens)** Gjennom to distinkte punkt går eksakt én linje
- **NG3 (Linjal)** Enhver linje har (minst) en koordinatfunksjon
- **NG4 (Separasjon)** Enhver linje deler planet i to
- **NG5 (Gradskive)** Vi kan måle vinkler
- **NG6 (SAS)** Lik side–vinkel–side gir kongruente trekanter

Nøytral geometri: Eksistens og insidens

- **NG1 (Eksistens)** Det finnes minst to punkt
  - ikke stort mer å si om den saken
- **NG2 (Insidens)** Gjennom to distinkte punkt går eksakt én linje
  - Linjen gjennom A og B kalles $\overleftrightarrow{AB}$

Nøytral geometri: Linjalpostulatet

- **NG3 (Linjal)** Enhver linje har (minst) en koordinatfunksjon
  - Koordinatfunksjon $f : \ell \to \mathbb{R}$ oppfyller

$$AB = |f(A) - f(P)| \quad \text{for } A, B \in \ell$$

  - f er en 1–1-korrespondanse mellom ℓ og $\mathbb{R}$

Dette setter oss i stand til å definere $A * B * C$, $\overline{AB}$ og $\overrightarrow{AB}$

Vi kan konstruere midpunktet på $\overline{AB}$
og plassere punkt på $\overrightarrow{AB}$ i gitt avstand fra A

Nøytral geometri: Separasjon

- **NG4 (Separasjon)** Enhver linje deler planet i to
  - Linje ℓ gir halvplan $H_1 \neq \emptyset$, $H_2 \neq \emptyset$
  - begge konvekse
  - $H_1 \cap \ell = \emptyset$, $H_2 \cap \ell = \emptyset$
  - $H_1 \cup H_2 \cup \ell = \mathbb{P}$
  - Hvis $P \in H_1$ og $Q \in H_2$ så er $\overline{PQ} \cap \ell \neq \emptyset$

H_1 og H_2 kalles kortere de to sidene av ℓ

Dette setter oss i stand til å snakke om det indre av en vinkel

– og vi har Paschs aksiom og tverrliggerteoremet

Nøytral geometri: Gradskive

- **NG5 (Gradskive)** Vi kan måle vinkler!
  - $0^\circ \leq \mu(\angle BAC) < 180^\circ$
  - Vi kan konstruere vinkler med gitt mål r°, der $0 \leq r < 180$
  - Og vi kan addere vinkler (med forsiktighet)

Konsekvenser: Lineært par, toppvinkler, midtnormal, kontinuitetsaksiomet

Nøytral geometri: SAS

- **NG6 (SAS)** Lik side–vinkel–side gir kongruente trekanter
  - Pass på! Vinkelen (A) skal være den mellom de to sidene (S)
  - ASS er feil!
  - Men RSS er rett

Vi kan bytte ut SAS med

- **NG6' (Speilingspostulatet)** For hver linje finnes en vinkelbevarende isometri som bytter om de to sidene og fikserer hvert punkt på linjen