K.K. Brustad

(A)

ØVING 3B, V2013

LØSNING:

3.5

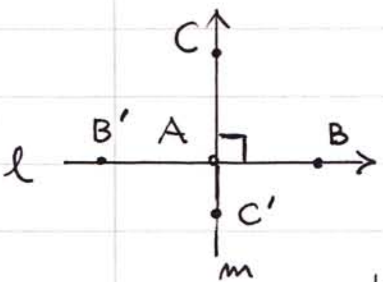
(s.62) Oppg. 1:

Vi skal bevise at når $l \perp m$, så vil l og m inneholde stråler som danner fire forskjellige rette vinkler.

Vi må her ta utgangspunkt i definisjonen for at problemet skal ha mening.

Definisjon 3.5.8 (s.60):

To linjer l og m sies å være perpendikulære dersom A er skjæringspunktet mellom l og m og det finnes punkter $B \in l$ og $C \in m$ s.a. $\angle BAC$ er en rett vinkel. (Symbolet: $l \perp m$.)



Vi velger $B' \in l$ s.a. $B' * A * B$ og $C' \in m$ s.a. $C' * A * C$. Da danner $\angle BAC$ og $\angle BAC'$ et lineært par. Da må

$$\mu(\angle BAC) + \mu(\angle BAC') = 180°$$

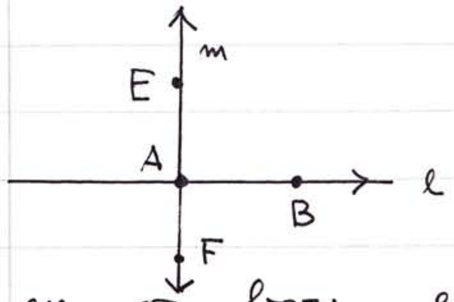
og siden $\mu(\angle BAC) = 9°$, er $\mu(\angle BAC') = 90°$

Helt analogt innser vi at $\mu(\angle CAB') = 90°$. $\mu(\angle B'AC') = 90°$ siden $\angle BAC$ og $\angle B'AC'$ er vertikale vinkler.

(Øving 3B, 2013 forb.) Ⓑ

Oppg. 2:

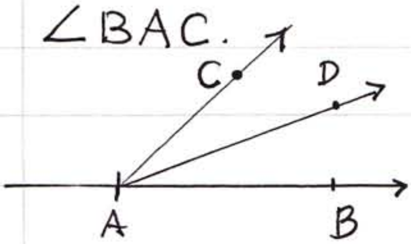
Vi skal bevise eksistens og entydighet av perpendikulær til en linje gjennom et punkt på linjen
La de to halvplan betegnes H_1 og H_2. I følge Transportør-(Gradskive)-postulatet del 3 kan vi velge $r = 90$ og E i H_1 s.a. $\mu(\angle BAE) = 90°$



Valget av $\overrightarrow{AE}$ er da entydig. Men velger vi $F \in H_2$ og $r = 90$ finnes det en og bare en stråle $\overrightarrow{AF}$. s.a. $\mu(\angle BAF) = 90°$. Om vi setter $m = \overleftrightarrow{AE}$, finnes det et punkt $F' \in m$ s.a. $E * A * F'$. Ut fra Oppg. 1 er da $\mu(\angle BAF) = 90°$. Ut fra entydigheten i Teorem 3.4.1,(3), må da $\overrightarrow{AF} = m$.

Oppg. 3:

Vi skal bevise eksistens og entydighet av vinkelhalveringsstråle til en vinkel $\angle BAC$.



Anta at $\mu(\angle BAC) = \alpha$. Det finnes, i følge Teorem 3.4.1(3), en <u>entydig</u> bestemt stråle $\overrightarrow{AD}$, der $D \sim C$ (rel $\overleftrightarrow{AB}$) og s.a. $\mu(\angle BAD) = \alpha/2$
Siden $\frac{\alpha}{2} < \alpha$ er da $\overrightarrow{AD}$ en indre stråle i $\angle BAC$. Videre er da $\mu(\angle BAD) = \frac{\alpha}{2} = \mu(\angle DAC)$.

©

(Øving 3B, 2013 fab.)

Oppg. 4:

Vi skal bevise at supplementsvinklene til kongruent vinkler er kongruente.

Anta at $\angle ABC$ og $\angle A'B'C'$ er kongruent, d.v.s. at $\mu(\angle ABC) = \mu(\angle A'B'C')$. La $\angle DEF$ være supplementvinkel til $\angle ABC$ og at $\angle D'E'F'$ er supplementvinkel til $\angle DEF$

Da har vi:

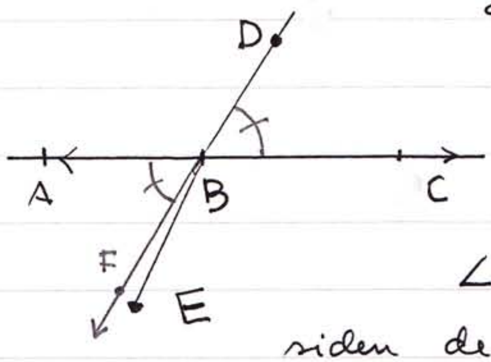
$$\underline{\mu(\angle DEF)} = 180° - \mu(\angle ABC) = 180° - \mu(\angle A'B'C') = \underline{\mu(D'E'F')}$$

Altså har vi:

$$\underline{\angle DEF \cong \angle D'E'F'}$$

Oppg. 6:

Vi skal bevise at dersom $A * B * C$ og D og E ligger på motsatte sider av $l = \overleftrightarrow{AB}$ og $\angle DBC \cong \angle ABE$, så er D, B og E kolineære.



La F ligge på $\overleftrightarrow{DB}$ s.a. $D * B * F$. Da er $\angle CBD \cong \angle ABF$ siden de er vertikal-vinkler.

Siden $F \sim E$ (rel $\overleftrightarrow{AC}$) og $\angle ABE \overset{\text{antagelse}}{\cong} \angle DBC \cong \angle ABF$, må strålene $\overrightarrow{BE}$ og $\overrightarrow{BF}$ være sammenfallende p.g.a. entydigheten i transportør-postulatet. Altså D, B og E må være kolineære.

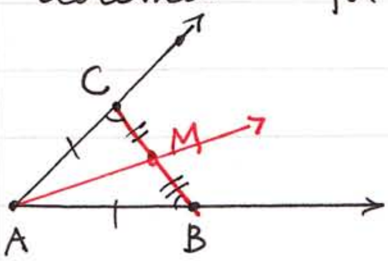
D

(Øving 3B, 2013, forts.)

3.6

(s. 66) **Oppg. 1:**

Vi skal bevise eksistens og entydighet av vinkelhalveringsstråle ved å bygge på SAS og LBT-teoremet (Teorem 3.6.5) – uten å benytte mellomliggenhets-teoremet for stråler.



Vi avsetter to punkter, B på det ene vinkelbenet og C på det andre, s.a. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$.

$\triangle ABC$ er da likebenet. La M være midtpunktet på $\overline{CB}$. Ut LBT er da

$$\mu(\angle ABC) = \mu(\angle ACB).$$

Siden $\overline{BM} \cong \overline{CM}$ og $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ er da

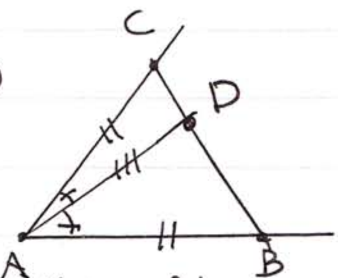
$$\triangle ABM \cong \triangle ACM. \quad (SAS)$$

Spesielt er da:

$$\angle BAM \cong \angle CAM.$$

$\overrightarrow{AM}$ er dermed halveringsstrålen for $\angle CAB$ siden også $B * M * C$ og $\overrightarrow{AM}$ er da en indre stråle i $\angle BAC$.

Anta så at $\overrightarrow{AD}$ er en halveringstråle for $\angle BAC$, der vi fortsatt antar $\overline{AB} \cong \overline{AC}$. Da er $\angle BAD \cong \angle DAC$. Siden $\overline{AD} \cong \overline{AD}$ gir SAS at $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. Spesielt er da $\overline{BD} \cong \overline{CD}$. Altså



$D = M$ ut fra entydighet av midtpunkt av segment.