



Faglig kontakt under eksamen:  
Per Hag (73 59 17 43)

## EKSAMEN I MA2401/MA6401 GEOMETRI

Fredag 24. mai 2013  
Tid: 09:00 – 13:00  
Sensur 14. juni 2013  
Bokmål

Hjelpemidler: Kode D. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Enkel gyldig kalkulator tillatt (SR-270X, HP30S). Linjal og passer tillatt.

### Oppgave 1

(NØYTRAL GEOMETRI)

- Skriv opp (YVT). (Ytre-vinkel-teoremet.) (Bevis kreves ikke).
- Formuler og bevis AIVT. (Alternative-indre-vinkler-teoremet.)
- Formuler MAIVT. (Det motsatte av AIVT.) Bevis at innenfor nøytral geometri er MAIVT ekvivalent med det euklidske parallell-postulat: For hver linje  $l$  og hvert punkt  $P \notin l$ , finnes det eksakt en linje  $m$  slik at  $P \in m$  og  $m \parallel l$ .

### Oppgave 2

(EUKLIDSK GEOMETRI)

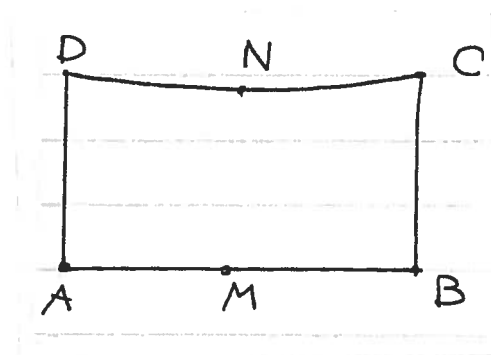
- Hva kan sies om vinkelsummen  $\sigma(\triangle ABC)$  for en vilkårlig trekant? Gjelder det samme resultat i nøytral geometri? Bevis for utsagnene kreves ikke.

- b) Bevis følgende: Vinklene ved grunnlinjen i en likebenet trekant er kongruente. Gjelder dette resultat i nøytral geometri?
- c) La  $M$  være midtpunktet på siden  $\overline{AB}$  i trekanten  $\triangle ABC$ . Bevis at dersom  $CM = MA$ , så er  $\angle ACB$  rett.
- d) La  $\overline{AB}$  være diameteren i en sirkel og  $C \neq A$ ,  $C \neq B$ . Bevis at dersom  $C$  ligger på sirkelen, så er  $\angle ACB$  rett.  
Hva kan sies om  $\angle ACB$  dersom  $C$  ligger innenfor sirkelen? Svaret skal begrunnes.

## Oppgave 3

(HYPERBOLSK GEOMETRI)

- a) Hva forstår man ved et Saccheri-kvadrilateral?



Følgende egenskaper ved Saccheri-kvadrilateral kan benyttes uten at det kreves bevis:

- (i)  $\angle ADC \cong \angle BCD$ ,  $\mu(\angle ADC) \leq 90^\circ$ .
- (ii) Hvis  $M$  er midtpunktet på  $\overline{AB}$  og  $N$  er midtpunktet på  $\overline{CD}$ , så vil  $\overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{AB}$  og  $\overleftrightarrow{MN} \perp \overleftrightarrow{CD}$ .
- (iii)  $MN \leq AD$  og  $MN \leq BC$ .

Kan vi i hyperbolsk geometri i (i) ovenfor ha at  $\mu(\angle ADC) = 90^\circ$ ?

Kan vi i hyperbolsk geometri i (iii) ovenfor ha likhetstegn?

Svarene skal begrunnes

- b) Gi et eksempel innenfor hyperbolsk geometri der midtnormalene til to av sidene i en trekant er parallelle.
- c) Vil enhver trekant i hyperbolsk geometri ha en omskrevet sirkel? Begrunn svaret.