Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

7.2.6 Vis at det finnes uendelig mange heltall n der $\phi(n)$ er et perfekt kvadrat.
Hint: Se på heltallene $n = 2^{2k+1}$ for $k = 1, 2, \ldots$

7.2.13 Forutsatt at $d \mid n$, bevis at $\phi(d) \mid \phi(n)$, der ϕ er Eulers ϕ-funksjon.
Hint: Anvend primtallsfaktorisering av d og n.

7.3.1a Bruk Eulers Teorem til å vise at for alle heltall a, så er $a^{37} \equiv a \pmod{1729}$.
Hint: $1729 = 7 \cdot 13 \cdot 19$.

7.3.2 Bruk Eulers Teorem til å bekrefte at for ethvert heltall $n \geq 0$ gjelder

$$51 \mid 10^{32n+9} - 7.$$

7.3.3 Vis at $2^{15} - 2^3$ deler $a^{15} - a^3$ for alle heltall a.
Hint: $2^{15} - 2^3 = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 13$.

7.3.8
(a) Gitt $\gcd(a, n) = 1$, vis at den lineære kongruensen $ax \equiv b \pmod{n}$ har løsningen $x \equiv ba^{\phi(n)-1} \pmod{n}$.
(b) Bruk (a) til å løse de lineære kongruenslikningene $3x \equiv 5 \pmod{26}$, $13x \equiv 2 \pmod{40}$ og $10x \equiv 21 \pmod{49}$.

Eksamen H2006 - oppg. 2 Finn de tre siste siffer i tallet

$$2007^{2006}.$$