Øving 6

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

$\boxed{\text{5.2.1}}$ Bruk Fermats Teorem til å vise at 17 deler $11^{104} + 1$.

$\boxed{\text{5.2.6a}}$ Finn sifferet på enerplassen til 3^{100} ved å bruke Fermats Teorem.

$\boxed{\text{5.2.14}}$ Hvis p og q er to distinkte primtall, vis at

$$p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}.$$

Hint: Regn både modulo p og modulo q.

$\boxed{\text{5.3.1a}}$ Finn resten når du deler 15! med 17.

$\boxed{\text{5.3.7}}$ La p være et primtall. Vis at for alle heltall a, så vil

$$p|(a^p + (p-1)!a) \quad \text{og} \quad p|((p-1)!a^p + a).$$

$\boxed{\text{5.3.9}}$ Bruk Wilsons teorem til å vise at for alle odde primtall, så er

$$1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (p-2)^2 \equiv (-1)^{(p+1)/2} \pmod{p}.$$

Hint: Siden $k \equiv -(p-k) \pmod{p}$, følger det at

$$2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (p-1) \equiv (-1)^{(p-1)/2} 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (p-2) \pmod{p}.$$

$\boxed{\text{Eksamen H2009 - oppg. 7}}$ Anta at $p \geq 3$ er et primtall og at p ikke er en divisor av heltallet a. Vis at en av kongruensene

$$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}, \quad a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$$

gjelder. Er det mulig at begge gjelder samtidig?

$\boxed{\text{Eksamen H2011 - oppg. 4}}$ La $a = 77! - 1$. Finn et tall $1 < d < a$ slik at $d|a$.

$\boxed{\text{Eksamen K2021 - oppg. 3}}$ Vis at 61 deler $2(59!) + 5!$.