MA1301 Tallteori
Høst 2023

Øving 3

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

2.5.1 Avgjør om de følgende diofantiske likningene har løsning eller ikke

(a) $6x + 51y = 22$.
(b) $33x + 14y = 115$.
(c) $14x + 35y = 93$.

2.5.2c Finn alle løsninger av den diofantiske likningen

$$221x + 35y = 11.$$

3.1.1 Det antas at det finnes uendelig mange primtall av formen $n^2 - 2$. Oppgi fem slike primtall.

3.1.10 La $p \neq 5$ være et odde primtall. Vis at enten $p^2 - 1$ eller $p^2 + 1$ må være delelig med 10.
Hint: Prøv å redusere problemet til delelighet på 5 *og faktoriser* $p^2 - 1$.

3.2.5 Vis alle sammensatte tall med tre eller færre siffer må ha primtallsfaktorer som er mindre enn eller lik 31.

Eksamen H2007 - oppg. 1 Bevis at tallet $\sqrt[3]{7}$ er irrasjonalt, dvs. at ligningen

$$7m^3 = n^3$$

ikke har løsninger i naturlige tall n, m.

Eksamen H2010 - oppg. 6 Etter en Wannskrækk-konsert på Samfundet i 1980 ble det oppdaget at alle inngangspengene var stjålet. Da politiet kom husket ikke kassereren nøyaktig hvor mye penger det var snakk om, bare at det var mer enn 38100 kroner og mindre enn 38130 kroner. Konserten kostet 34 kroner for Samfundet-medlemmer og 85 kroner for ikke-medlemmer. En tallteoristudent som sto like ved kunne straks fortelle at det nøyaktige beløpet må ha vært 38114 kroner.

(a) Begrunn hvorfor det ble betalt inn nøyaktig 38114 kroner i inngangspenger.

(b) Antall Samfundet-medlemmer på konserten var minst 900 og ikke mer enn 905. Nøyaktig hvor mange Samfundet-medlemmer og hvor mange ikke-medlemmer var det på konserten? Vi regner bare med de som betalte.

Eksamen V2011 - oppg. 1 Finn alle primtallene som deler tallet $50! = 1 \cdot 2 \cdots 49 \cdot 50$.

Eksamen V2011 - oppg. 6 La $p_1, p_2, \ldots, p_t$ være primtall slik at $p_i \neq p_j$ for $i \neq j$. Vis at

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \cdots + \frac{1}{p_t}$$

ikke kan være et heltall.

Eksamen H2018 - oppg. 7 La a og b være to heltall. Vis at den diofantiske likningen

$$(3a+7)x + (2a+5)y = b$$

er løsbar, og finn alle løsninger.