Øving 1

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

$\boxed{\text{1.1.1a}}$ Bruk induksjon til å bevise likheten

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ for alle } n \geq 1.$$

$\boxed{\text{1.1.9}}$ Bevis Bernoullis ulikhet: Hvis $1+a > 0$, så er

$$(1+a)^n \geq 1 + na, \text{ for alle } n \geq 0.$$

$\boxed{\text{1.2.1}}$ (a) Bevis Newtons identitet

$$\binom{n}{k}\binom{k}{r} = \binom{n}{r}\binom{n-r}{k-r}, \qquad n \geq k \geq r \geq 0.$$

(b) Bruk (a) til å utrykke $\binom{n}{k}$ ved å bruke dens forgjenger:

$$\binom{n}{k} = \frac{n-k+1}{k}\binom{n}{k-1}, \qquad n \geq k \geq 1.$$

$\boxed{\text{1.2.3d}}$ For $n \geq 1$, vis at

$$\binom{n}{0} + 2\binom{n}{1} + 2^2\binom{n}{2} + \cdots + 2^n\binom{n}{n} = 3^n.$$

$\boxed{\text{2.2.2}}$ Vis at alle heltal på formen $6k + 5$ også kan skrives på formen $3j + 2$, men at det motsatte ikke stemmer.

$\boxed{\text{2.2.3a}}$ Bruk divisjonsalgoritmen til å etablere følgende:

Kvadratet til ethvert heltall er enten på formen $3k$ eller $3k + 1$.

Eksamen K2017 - oppg. 2 Vis ved induksjon at

$$\sum_{i=1}^{n} 2^i \cdot i = 2 + 2^{n+1}(n-1)$$

for alle naturlige tall n.

Eksamen K2019 - oppg. 4 Vis at ethvert oddetall kan skrives som differansen mellom to kvadrattall: hvis n er et oddetall, så finnes to heltall a, b med $n = a^2 - b^2$.

Eksamen H2019 - oppg. 4 Vis at tallet 38 948 127 483 ikke er et kvadrattall.