Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1301 Tallteori
Høst 2022

Øving 8

6.1.6 Vis at for alle positive heltall n så er $\tau(n) \leq 2\sqrt{n}$.
Hint: Hvis $d \mid n$, så er d eller n/d mindre enn $\sqrt{n}$.

6.1.12
(a) Finn alle former for positive heltall n slik at $\tau(n) = 10$. Hva er det minste positive heltallet som tilfredstiller dette?
(b) Vis at det ikke finnes et positivt heltall n slik at $\sigma(n) = 10$.
Hint: Legg merke til at $\sigma(n) > n$ for $n > 1$.

6.2.5 La $S(n)$ være antall kvadrat-frie divisorer til n. For eksempel så er

$$S(360) = S(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = 8$$

fordi 360 har de kvadratfrie divisorene $1, 2, 3, 5, 2 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 5$ og $2 \cdot 3 \cdot 5$. Vis at

$$S(n) = \sum_{d \mid n} |\mu(d)| = 2^{\omega(n)},$$

der $\omega(n)$ er antall primtallsfaktorer til n.
Hint: Du kan bruke uten å vise det at S er multiplikativ.

7.2.4 Vis påstandene under:

(a) Hvis n er et positivt oddetall, så er $\phi(2n) = \phi(n)$.
(b) Hvis n er et positivt partall, så er $\phi(2n) = 2\phi(n)$.
(c) $\phi(3n) = 3\phi(n)$ hvis og bare hvis $3 \mid n$.
(d) $\phi(3n) = 2\phi(n)$ hvis og bare hvis $3 \nmid n$.
(e) $\phi(n) = n/2$ hvis og bare hvis $n = 2^k$ for en $k \geq 1$.
Hint: Skriv $n = 2^k N$, hvor N er et oddetall, og bruk betingelsen $\phi(n) = n/2$ til å vise at $N = 1$.

Eksamen H2020 - Oppg. 7 For $n \geq 1$ er $\tau(n)$ definert som antall positive divisorer til n. Finn det minste tallet n slik at $\tau(n) = 2020$ (Det holder å skrive ned primtallsfaktoriseringen av n).