Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1301 Tallteori
Høst 2022

Øving 2

2.3.2 Gitt heltall a, b og c, bekreft følgende:

(a) Hvis $a|b$, så vil $a|bc$.

(b) Hvis $a|b$ og $a|c$, så vil $a^2|bc$.

(c) $a|b$ hvis og bare hvis $ac|bc$, hvor $c \neq 0$.

2.3.12 Vis at for alle $n \in \mathbb{N}$ og $a \in \mathbb{Z}$, så vil $\gcd(a, a+n)$ dele n; dermed vil $\gcd(a, a+1) = 1$.

2.3.14 For et heltall a, vis at:

(b) $\gcd(5a+2, 7a+3) = 1$.

(c) Hvis a er et oddetall, så vil $\gcd(3a, 3a+2) = 1$.

2.3.21 (a) Vis at hvis $d|n$, så vil $2^d - 1|2^n - 1$.
Hint: Bruk likheten

$$x^k - 1 = (x-1)(x^{k-1} + x^{k-2} + \cdots + x + 1).$$

(b) Bekreft at $2^{35} - 1$ er delelig på 31 og 127.

2.3.23 Vis at hvis $a|bc$, så vil $a| \gcd(a, b) \cdot \gcd(a, c)$.

2.4.1 Regn ut $\gcd(143, 227), \gcd(306, 657)$ og $\gcd(272, 1479)$.

2.4.2 Bruk Euklids algoritme til å finne heltall x og y som løser likningene:

(c) $\gcd(119, 272) = 119x + 272y$.

(d) $\gcd(1769, 2378) = 1769x + 2378y$.

2.4.6 Bevis at hvis $\gcd(a, b) = 1$, så er $\gcd(a+b, ab) = 1$.
Hint: Prøv å bruke oppgave 2.3.12.