Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA1301 Tallteori
Høst 2022

Øving 13

Eksamen H2006 - oppg.6 Anta at $a^n - 1$ er et primtall. Vis først at det er nødvendig at $a = 2$. Vis så at

$$2^{jk} - 1$$

ikke kan være et primtall dersom $j \geq 2$ og $k \geq 2$.

Eksamen V2010 - oppg.7 La a være et naturlig tall. Vis at a^{4n+1} har samme siste siffer for alle $n = 1, 2, 3, \ldots$

Eksamen H2011 - oppg.1 Hva får vi som rest når vi deler 1301^{338} på 98?

Eksamen H2019 - oppg.7

1. La p være et primtall. Vis at a ikke kan være en primitiv rot for p om a er en kvadratisk rest for modulo p.
2. Bevis at 2 ikke er en primitiv rot for noen primtall $p \equiv \pm 1 \pmod 8$.

Eksamen K2019 - oppg.6 For hvilke tall $a \in \{1, 2, \ldots, 12\}$ er den kvadratiske kongruensen

$$x^2 \equiv a \pmod{13} \tag{1}$$

løsbar? Regn ut summen

$$\sum_{a=1}^{12} \left(\frac{a}{13}\right) = \left(\frac{1}{13}\right) + \left(\frac{2}{13}\right) + \cdots + \left(\frac{12}{13}\right),$$

hvor $\left(\frac{a}{13}\right)$ betegner Legendre-symbolet.

Eksamen K2021 - oppg.6

a) La f være en multiplikativ funksjon, og la μ betegne Möbius-funksjonen. Vis at

$$\sum_{d|n} f(d)\mu(d) = \begin{cases} 1, & n = 1; \\ \prod_{p|n}(1 - f(p)), & n > 1. \end{cases}$$

(Produktet til høyre er over alle primtall p som deler n.)

b) For $n \geq 1$ er $\tau(n)$ definert som antall positive divisorer til n. Beregn

$$\sum_{d|2020} \tau(d)\mu(d).$$