Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA1301 Tallteori**

Faglig kontakt under eksamen: Glen Matthew Wilson

Tlf: 922 07 867

Eksamensdato: 27.11.2019

Eksamenstid (fra–til): 9:00–13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:
Skriv leselig og ordentlig. Svar som ikke er leselige kan få færre eller ingen poeng. Vennligst skriv opp svarene dine i rekkefølgen som er angitt.

Alle svar må begrunnes. Gi bevis eller utregning for å støtte løsningen din. Svar som mangler bevis eller utregning kan få færre eller ingen poeng.

Poengregning. Prøven består av 8 oppgaver. Hver av disse teller like mye.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1: Finn alle heltallsløsninger av likningen

$$286x + 106y = 14.$$

Oppgave 2:

1. Hva er Eulers phi-funksjon ϕ? Gi en presis definisjon.
2. Hva sier Eulers generalisering av Fermats lille teorem?
3. Beregn $\phi(325)$.
4. Hva får vi til rest når vi deler 3^{482} på 325?

Oppgave 3:

1. Angi definisjonen av Legendressymbol $(a \mid p)$.
2. Hva sier kvadratisk resiprositet teoremet?
3. Beregn Legendresymbolene $(31 \mid 13)$ og $(13 \mid 31)$.
4. Beregn Legendresymbolet $(62 \mid 71)$.

Oppgave 4: Vis at tallet 38,948,127,483 ikke er et kvadrattall.

Oppgave 5: Finn alle heltallsløsninger av ligningssystemet

$$\begin{aligned} 3x + 2 &\equiv 3 \pmod 7 \\ x - 4 &\equiv 1 \pmod 5 \\ 5x &\equiv 1 \pmod 9. \end{aligned}$$

Oppgave 6:

1. Angi et eksempel på et naturlig tall n som ikke har primitiv rot. Bevis at eksempelet ditt som er angitt er riktig.
2. Bestem alle tallene som er en kvadratisk rest modulo 17. Du kan anta at 3 er en primitiv rot modulo 17.

Oppgave 7:

1. La p være et odde primtall. Bevis at et heltall a ikke er en primitiv rot for p hvis a er en kvadratisk rest modulo p.

2. Bevis at 2 ikke er en primitiv rot for alle odde primtall p som oppfyller $p \equiv \pm 1 \pmod 8$.

Oppgave 8: La n være et naturlig tall. Bevis at $\phi(3n) = 2\phi(n)$ hvis og bare hvis $3 \nmid n$.