

MA1202/6202

MER OM MATRISEREPRESENTASJON

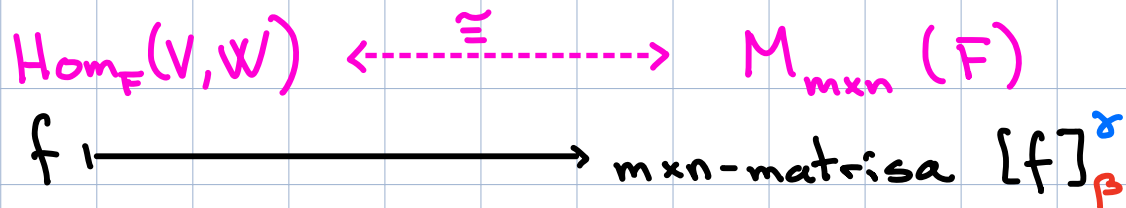
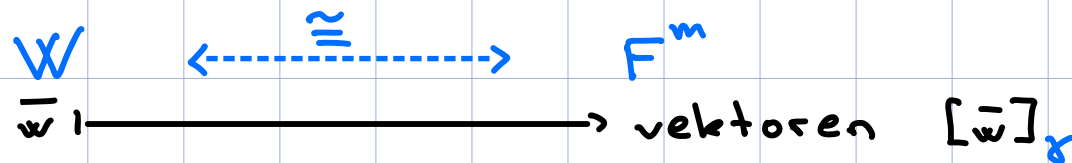
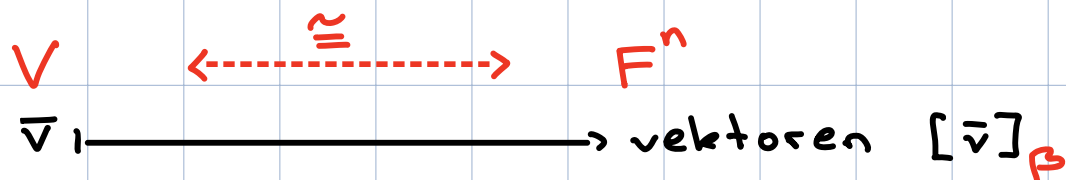
FORELESNING E8

HUSK!

La $f: V \rightarrow W$ være en lineærtransformasjon med $\dim V = n < \infty$ og $\dim W = m < \infty$.

Fiksér ordna basiser β for V og γ for W .

Da kan vi oversette:



TEOREM I

La V og W være endeligdimensjonale vektorrom over F med $\dim V = n$ og $\dim W = m$. La $\beta \subset V$ og $\gamma \subset W$ være ordna basiser. Da er

$$\begin{cases} [-]_{\beta}^{\gamma} : \text{Hom}_F(V, W) & \longrightarrow & M_{m,n}(F) \\ f & \longmapsto & [f]_{\beta}^{\gamma} \end{cases}$$

en isomorfi.

BÆVIS

Kommer som samarbeidsoppgave.



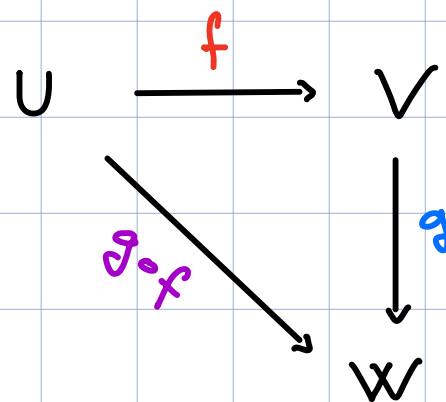
MATRISEREPRESENTASJONEN TIL EN
SAMMENSETTING AV
LINEARTRANSFORMASJONER

TEOREM II

La U, V og W være endeligdimensjonale vektorrom over F med ordna basiser $\alpha \subset U$, $\beta \subset V$ og $\gamma \subset W$, og la $f: U \rightarrow V$ og $g: V \rightarrow W$ være lineærtransformasjoner.

Da er

$$[g \circ f]_{\alpha}^{\gamma} = [g]_{\beta}^{\gamma} \cdot [f]_{\alpha}^{\beta}$$



BEVIS

En øvelse i matrisemultiplikasjon.



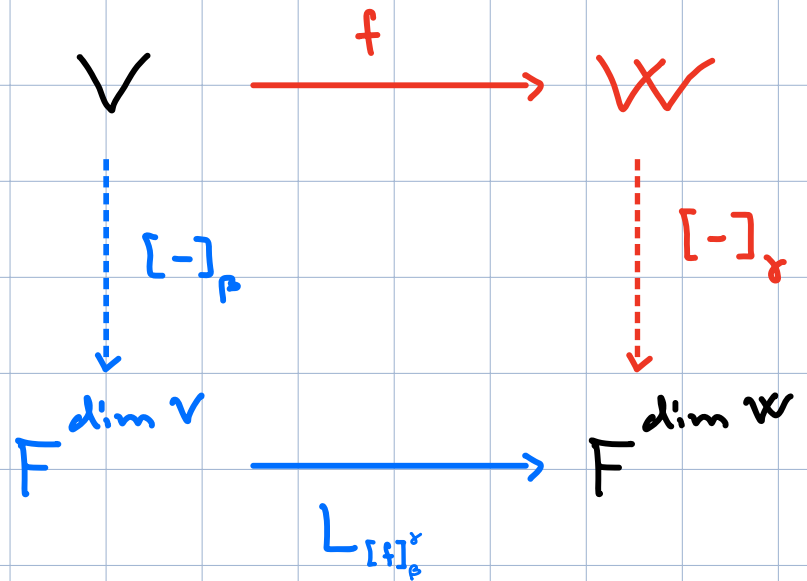
KOROLLAR

La V og W være endeligdimensjonale vektorrom med ordna basiser $\beta \in V$ og $\gamma \in W$, og la $f: V \rightarrow W$ være linear. For hver $\vec{v} \in V$ har vi

$$[f(\vec{v})]_{\gamma} = [f]_{\beta}^{\gamma} \cdot [\vec{v}]_{\beta}.$$

BEVIS

Kommer som samarbeidsoppgave. \square



EKSEMPEL

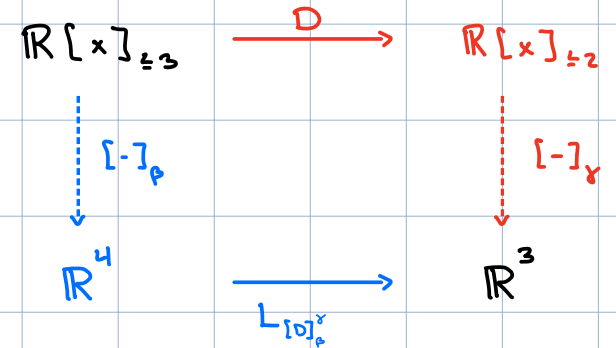
Se på derivasjon som en lineærtransformasjon

$$\left\{ \begin{array}{l} D : \mathbb{R}[x]_{\leq 3} \longrightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 2} \\ p \longmapsto p' \end{array} \right.$$

og våre standard ordna basiser

$$\beta = \{1, x, x^2, x^3\} \subset \mathbb{R}[x]_{\leq 3} \quad \text{og}$$

$$\gamma = \{1, x, x^2\} \subset \mathbb{R}[x]_{\leq 2}.$$



La oss se hva som skjer med $p = 5 + 3x - 7x^2 - 4x^3 \in \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$.

$$\cdot [D]_{\beta}^{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (\text{se forelesning V8})$$

$$\cdot [p]_{\beta} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow [D]_{\beta}^{\gamma} \cdot [p]_{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -14 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$D(p) = 3 - 14x - 12x^2$$

$$\Rightarrow [D(p)]_{\gamma} = \begin{pmatrix} 3 \\ -14 \\ -12 \end{pmatrix}$$

□