PRØVEEKSAMEN I

MA1202 VÅR 2024

Oppgave 1. Avgjør om hver av de følgende påstandene er *sann* eller *usann*. I denne oppgaven trenger du ikke å begrunne svaret ditt.

(a) Delmengden
$$\{(x,\, y,\, 1) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$$
er et underrom av vektorrommet $\mathbb{R}^3$.

(b) Delmengden
$$\{f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \mid f(0) = 1\}$$
er et underrom av vektorrommet av alle funksjoner $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ (vi har brukt notasjonen $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ for dette vektorrommet).

(c) Delmengden
$$\{(1,\, 0,\, 0),\, (0,\, 1,\, 1),\, (1,\, 0,\, 1),\, (1,\, 1,\, 1)\} \subset \mathbb{R}^3$$
er en basis for vektorrommet $\mathbb{R}^3$.

(d) $\{1,\, x,\, x^2,\, x^3,\, x^4\}$ er en basis for vektorrommet $\mathbb{R}[x]_{\leq 4}$.

Oppgave 2. La $\bar{u},\, \bar{v}_1,\, \dots,\, \bar{v}_n \in V$ hvor V er et vektorrom.

Vis at hvis $\bar{u} \in \mathsf{span}(\bar{v}_1,\, \dots,\, \bar{v}_n)$, så er $\{\bar{u},\, \bar{v}_1,\, \dots,\, \bar{v}_n\}$ lineært avhengig i V.

Oppgave 3. La $f\colon V \longrightarrow W$ være en lineærtransformasjon.

(a) Hva menes med kjernen til f, $\mathsf{Ker}\, f$?

(b) Vis at hvis $\mathsf{Ker}\, f = \{\bar{0}_V\}$, så er f injektiv.
(Husk definisjonen: f kalles *injektiv* hvis $\bar{u} \neq \bar{v} \implies f(\bar{u}) \neq f(\bar{v})$.)

Oppgave 4. Her får du oppgitt at både
$$\beta = \{(1,\, 0),\, (0,\, 1)\} \text{ og } \gamma = \{(1,\, 1),\, (1,\, 2)\}$$
er (ordna) basiser for vektorrommet $\mathbb{R}^2$.

(a) Finn basisbyttematrisa fra den ordna basisen β til den ordna basisen γ.

(b) La $\bar{v} = (3,\, 7) \in \mathbb{R}^2$. Finn koordinatvektoren $[\bar{v}]_\gamma$.