Oppgave 4. Se på de komplekse tallene $z_1 = 1 + i$ og $z_2 = 1 - i$.

(1) Tenk på $\mathbb{C}$ som et vektorrom over $\mathbb{R}$.
Vis at mengden av vektorer $\{z_1, z_2\} \subset \mathbb{C}$ er lineært uavhengig.

(2) Tenk på $\mathbb{C}$ som et vektorrom over $\mathbb{C}$.
Vis at mengden av vektorer $\{z_1, z_2\} \subset \mathbb{C}$ er lineært avhengig.

(1) Anta lin. avh. Da $\exists$ $a \in \mathbb{R}$ s.a.

$a z_1 = z_2 \Rightarrow a + ai = 1 - i$ $\lightning$

$\Rightarrow \{z_1, z_2\}$ lineært uavhengig. $\square$

(2) $-i z_1 = -i(1+i) = 1 - i = z_2$

$\Rightarrow \{z_1, z_2\}$ lineært avhengig. $\square$

Oppgave 5. Sjekk at i vektorrommet $\mathbb{R}[x]$ er

$$\operatorname{span}(x^2+1, x+5, x+4) = \mathbb{R}[x]_{\leq 2}.$$

La $V = \operatorname{span}(x^2+1, x+5, x+4)$

Opplagt: $V \subset \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$.

Holdes å vise: $1, x, x^2 \in V$

$\bar{u} = x^2+1$; $\bar{v} = x+5$; $\bar{w} = x+4$

- $1 = \underbrace{\bar{v}}_{\in V} - \underbrace{\bar{w}}_{\in V} \in V$

- $x^2 = \underbrace{\bar{u}}_{\in V} - \underbrace{1}_{\in V} \in V$

- $x = 5\underbrace{\bar{w}}_{\in V} - 4\underbrace{\bar{v}}_{\in V} \in V$. $\square$