

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i **MA1202/MA6202 Lineær algebra med anvendelser**

Fagleg kontakt under eksamen: Professor Gunnar Taraldsen

Tlf: 46432506

Eksamensdato: 9.juni 2021

Eksamenstid (frå–til): 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: A

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

Annan informasjon:

Alle svar må grunngivast.

Ingen oppgåver kan svarast på med berre ja eller nei eller eit talsvar. Du må sjølv leggja til nødvendige antagelser dersom dette er nødvendig. Du må ha med nok mellomrekningar og forklaringar til at tenkemåten din klart kjem fram.

Oppgåva består av 10 delpunkt som har lik vekt ved sensur.

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgåve

Originalen er:

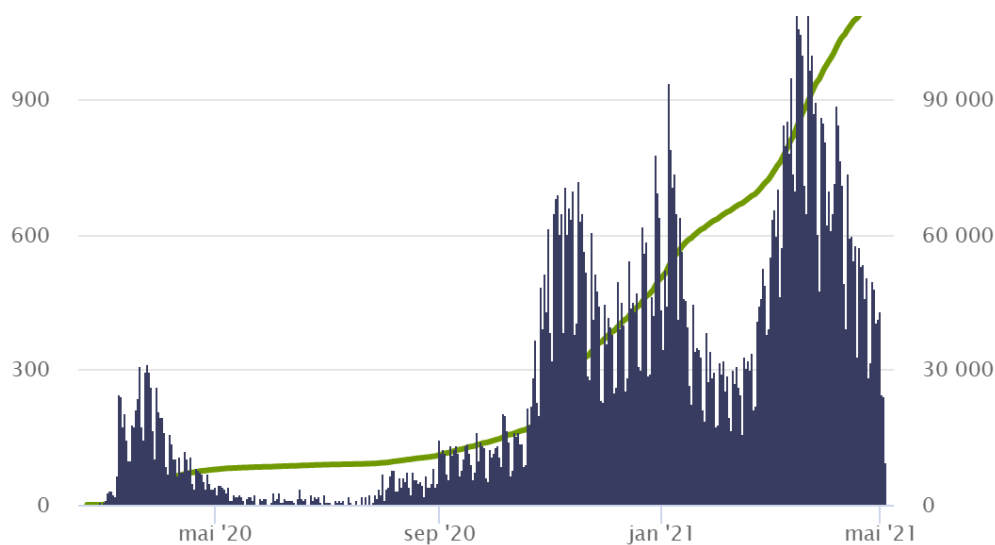
1-sidig 2-sidig

svart/kvit fargar

skal ha fleirvalskjema

Dato

Sign



Figur 1: Tal melde covid-19 tilfelle.

Oppgave 1

Anta at f_1, \dots, f_n er funksjonar slik at $f_i(x_i) = 1$ og $f_i(x_j) = 0$ når $i \neq j$ med $x_1 < x_2 < \dots < x_n$.

a) Er $\{f_1, \dots, f_n\}$ lineært uavhengig?

La f_1, \dots, f_n vera polynom av grad mindre enn n som oppfyller antagelsen.

b) Kva polynom kan skrivast som $c_1 f_1 + \dots + c_n f_n$?

Figur 1 viser tal melde covid-19 tilfelle i Noreg fram til måndag 3.mai 2021. La $g(x)$ gi tal registrerte smitta på dato x . Tal registrerte den 3.mai var $g(3.\text{mai } 2021) = 97$. Anta at du frå registrerte covid-19 tilfelle har berekna $a_i = f(x_i) = \ln(g(x_i) + 0.1)$ for utvalde datoar x_1, \dots, x_{10} tilsvarande observasjonar på måndagar.

c) Korleis finst eit polynom p slik at $a_i = p(x_i)$ for alle x_1, \dots, x_{10} ?

d) Korleis kan projeksjonsteoremet og ein adjungert matrise brukast til å finna eit tredjegradspolynom q som approksimerer f ?

e) Vil du bruka p eller q til å predikera daglege tal melde covid-19 tilfelle på dei neste måndagane i mai?

I oppgåve 2 er

$$Dx(t) = x'(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{x(t + \delta) - x(t)}{\delta}$$

og V er mengda av alle funksjonar $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ slik at $D^n x$ eksisterer for alle $n \in \mathbb{N}$. Her er \mathbb{N} , \mathbb{R} og \mathbb{C} høvesvis mengda av dei naturlege tala, dei reelle tal og dei komplekse tala med dei vanlege rekneoperasjonane.

Oppgåve 2

La $p(z) = (z - i)(z + i)(z + 5)$, $A = p(D)$, og $b \in V$.

a) Er

$$Ax = b \tag{1}$$

ein tredje ordens differensiallikning for $x \in V$?

b) Finn dimensjonen til nullrommet til A .

c) Har likning (1) alltid ei løysing?

I oppgåve 3 må du bruka dei førre oppgåvene som døme.

Oppgåve 3

a) Har ein vektor alltid ei lengde?

b) Har ein operator A alltid ein adjungert operator A^* ?