

Institutt for matematiske fag

## Eksamensoppgave i **MA1202/MA6202 Lineær algebra med anvendelser**

**Faglig kontakt under eksamen:** Professor Gunnar Taraldsen

**Tlf:** 46432506

**Eksamensdato:** 9.juni 2021

**Eksamenstid (fra-til):** 09:00 – 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** A

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Alle kalkulatorer tillatt.

### **Annen informasjon:**

Alle svar må begrunnes.

Ingen oppgaver kan besvares med kun ja eller nei eller et tallsvar. Du må selv legge til nødvendige antagelser dersom dette er nødvendig. Du må ha med nok mellomregninger og forklaringer til at tenkemåten din klart fremgår.

Oppgaven består av 10 delpunkter som har lik vekt ved sensur.

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

**Informasjon om trykking av eksamensoppgave**

Originalen er:

1-sidig  2-sidig

sort/hvit  farger

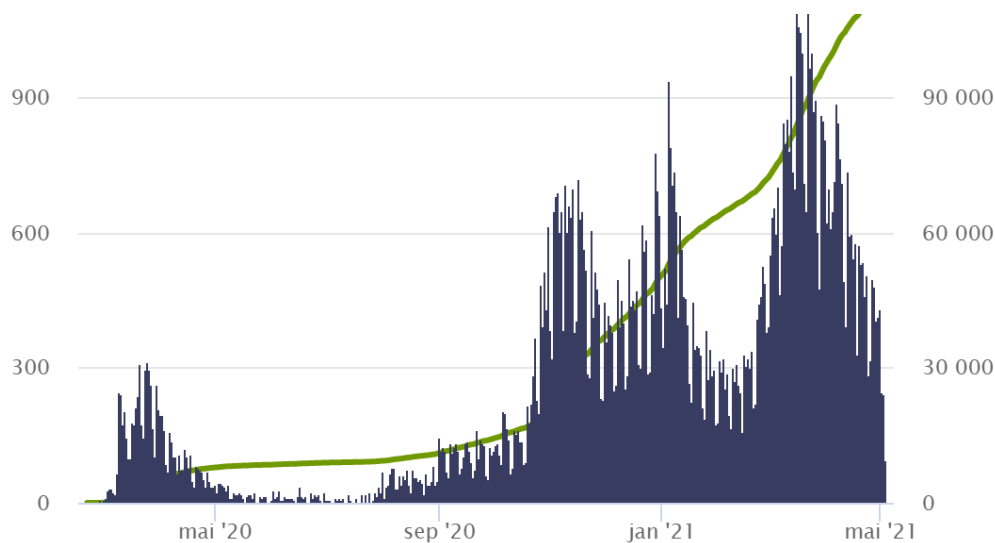
skal ha flervalgskjema

---

Dato

Sign





Figur 1: Antall meldte covid-19 tilfeller.

**Oppgave 1**

Anta at  $f_1, \dots, f_n$  er funksjoner slik at  $f_i(x_i) = 1$  og  $f_i(x_j) = 0$  når  $i \neq j$  hvor  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ .

a) Er  $\{f_1, \dots, f_n\}$  lineært uavhengig?

La  $f_1, \dots, f_n$  være polynom av grad mindre enn  $n$  som oppfyller antagelsen.

b) Hvilke polynom kan skrives som  $c_1 f_1 + \dots + c_n f_n$ ?

Figur 1 viser antall meldte covid-19 tilfeller i Norge frem til mandag 3.mai 2021. La  $g(x)$  gi antall registrerte smittede på dato  $x$ . Antall registrerte den 3.mai var  $g(3.\text{mai } 2021) = 97$ . Anta at du fra registrerte covid-19 tilfeller har beregnet  $a_i = f(x_i) = \ln(g(x_i) + 0.1)$  for utvalgte datoer  $x_1, \dots, x_{10}$  tilsvarende observasjoner på mandager.

c) Hvordan finnes et polynom  $p$  slik at  $a_i = p(x_i)$  for alle  $x_1, \dots, x_{10}$ ?

d) Hvordan kan projeksjonsteoremet og en adjungert matrise brukes til å finne et tredjegradspolynom  $q$  som approksimerer  $f$ ?

e) Vil du bruke  $p$  eller  $q$  til å predikere daglige antall meldte covid-19 tilfeller på de neste mandagene i mai?

I oppgave 2 er

$$Dx(t) = x'(t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{x(t + \delta) - x(t)}{\delta}$$

og  $V$  er mengden av alle funksjoner  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  slik at  $D^n x$  eksisterer for alle  $n \in \mathbb{N}$ . Her er  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}$  og  $\mathbb{C}$  henholdsvis mengden av de naturlige tall, de reelle tall og de komplekse tall med de vanlig regneoperasjonene.

### Oppgave 2

La  $p(z) = (z - i)(z + i)(z + 5)$ ,  $A = p(D)$ , og  $b \in V$ .

a) Er

$$Ax = b \tag{1}$$

en tredje ordens differensialligning for  $x \in V$ ?

b) Finn dimensjonen til nullrommet til  $A$ .

c) Har ligning (1) alltid en løsning?

I oppgave 3 må du bruke de foregående oppgavene som eksempel.

### Oppgave 3

a) Har en vektor alltid en lengde?

b) Har en operator  $A$  alltid en adjungert operator  $A^*$ ?