# GRUPPEARBEID 24F

## TIME 1: KOMPLEKSE TALL

**Oppgave 1.** (a) Regn ut $(2+3i)(1-i)$ og $\frac{2+3i}{1-i}$.

(b) Skriv det komplekse tallet $3/\sqrt{2}-3/\sqrt{2}i$ på polarform.

**Oppgave 2.** Betrakt (den komplekse) matrisen

$$A = \begin{pmatrix} i & -3 \\ 1 & -i \end{pmatrix}$$

Diagonaliser $A$, dvs. finn en diagonalmatrise $D$ og en inverterbar matrise $P$ slik at $A = PDP^{-1}$. Det er nøyaktig samme fremgangsmåte som før, bare at tallene er komplekse.

## TIME 2: BASIS, NULLROM, RADROM, KOLONNEROM - YOU NAME IT

**Oppgave 1.** (a) La $\mathbf{v}_1,\dots,\mathbf{v}_n$ være vektorer i et vektorrom $V$. Hva menes med det lineære spennet av disse vektorene, altså $\text{LinSpan}\{\mathbf{v}_1,\dots,\mathbf{v}_n\}$? Hva er det minste underrommet av $V$ som inneholder disse $n$ vektorene?

(b) Hva vil det si at vektorene fra (a) er lineært uavhengige?

(c) Hva menes med en (endelig) basis for et vektorrom $V$? Kan et vektorrom ha flere (endelige) basiser? Hvis ja, er det noen sammenheng mellom de forskjellige basisene?

(d) Hva menes med dimensjonen til et vektorrom $V$? Hva er dimensjonen til vektorrommet $\mathbb{R}^n$? (Begrunn svaret.)

**Oppgave 2.** Nå skal vi se på matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & 6 & 1 & -3 \\ 2 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Se på vektorene

$$\mathbf{x}_p = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Vis at $\mathbf{x}_p$ er en spesiell løsning av ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

(b) Hva menes med nullrommet til $A$? Er dette et vektorrom? Hvis ja, finn en basis.

(c) Finn alle løsninger av ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Gi svaret på vektorform.

(d) Hva menes med radrommet til $A$? Er dette et vektorrom? Hvis ja, finn en basis.

(e) Hva menes med kolonnerommet til $A$? Er dette et vektorrom? Hvis ja, finn en basis som består av (et utvalg av) kolonnevektorer fra $A$.

(f) Hva menes med rangen til en matrise? Hva sier dimensjonsteoremet for matriser? Hva er rangen til matrisen $A$?

**Oppgave 3.** Anta vi er gitt vektorer $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_t$ i $\mathbb{R}^n$ (de kan være kolonnevektorer eller radvektorer, det spiller ingen rolle), og la $V$ være underrommet av $\mathbb{R}^n$ utspent av disse.

(a) La deg inspirere av Oppgave 2(d) til å komme frem til en strategi for å finne en basis for $V$.

(b) La deg inspirere av Oppgave 2(e) til å komme frem til en strategi for å finne en basis for $V$, men hvor vi krever at basisen skal bestå av et utvalg av vektorene $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_t$.