1

Løsning på oppgave 5
3 April

Her skal vi bruke Stokes teorem.

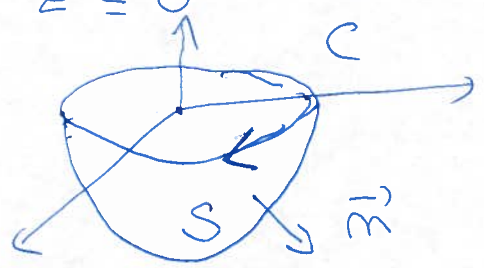
Vi har

$$F = x \tan\frac{z}{4}\, i + x e^{e^{z^4}}\, j + xyz\, k$$

og vi skal beregne

$$\iint_S \text{curl}\, F \cdot \vec{n}\, dS \quad \text{der}$$

S er gitt av $x^2+y^2+z^2=4$ og $z \le 0$ og $\vec{n}$ peker ned.



Vi ser at kurven C $x^2+y^2=1,\ z=0$ er randen til S

(2)

Men siden $\vec{n}$ peker ned så må vi gå langs C MED KLOKKEN,

Så

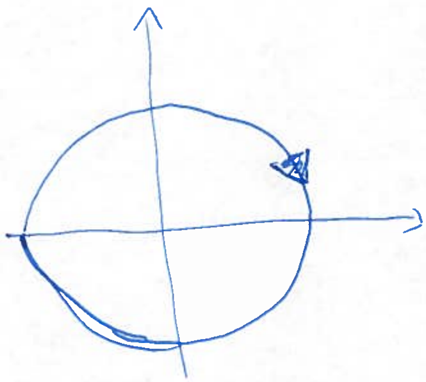
$$\int_S \text{curl}\, F \cdot \vec{n}\, dS =$$

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Nå er $F = 0 + x\ell\, j + 0\, k$ når

$z = 0$

Når vi parametriserer C



så må vi passe på å gå riktig vei

$$r(\theta) = \cos(-\theta)\, i + \sin(-\theta)\, j + 0\, k$$

$$= \cos\theta\, i - \sin\theta\, j + 0\, k.$$

$$0 \le \theta \le 2\pi$$

③

$$\text{Så} \quad \int_S \operatorname{curl} F \cdot \vec{n}\, dS$$

$$= \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^{2\pi} (\ell \cos\theta\, j) \cdot (-\sin\theta\, i - (\cos\theta\, j + 0k))$$

$$= -\int_0^{2\pi} \ell \cos^2\theta \, d\theta$$

$$= -\ell \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)\, d\theta =$$

$$-\ell \frac{1}{2}\left(\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta\right)\Big|_0^{2\pi} = \underline{\underline{-\ell\pi}}$$