

MA1103 Flerdimensjonal analyse, vår 2019

Øving 3

Innleveringsfrist: Søndag 3. februar kl 23:59

Oppgave 1

Finnes det en kontinuerlig utvidelse av $f(x, y) = \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ (med definisjonsmengde $D_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$) til hele \mathbb{R}^2 ?

Oppgave 2

La $f, g : A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ være funksjoner deriverbare i punktet $\mathbf{a} \in A$. Vis at

$$\nabla(fg)(\mathbf{a}) = f(\mathbf{a})\nabla g(\mathbf{a}) + g(\mathbf{a})\nabla f(\mathbf{a}).$$

Oppgave 3

Finn gradienten til funksjonen

a) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$

b) $f(x, y, z) = z + x^2y + e^{y \cos(xz)}$

Oppgave 4 (2.4: 3)

Finn den retningsderiverte $f'(\mathbf{a}; \mathbf{r})$ til f i punktet \mathbf{a} og retningen \mathbf{r} :

a) $f(x, y, z) = x^2y + z^2$, $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{r} = (1, 1, -1)$

b) $f(x, y, z) = z \sin(xy)$, $\mathbf{a} = (\frac{\pi}{2}, 1, 0)$, $\mathbf{r} = (2, 0, -1)$

Oppgave 5

La $f(x, y) = 100 - 2x^2 - 3y^2$.

a) I hvilken retning vokser f raskest når vi står i punktet $(2, 3)$?

b) I hvilket punkt (x, y) tar f sin største verdi?

c) Vis at gradienten til f er null i punktet du fant i b).

Oppgave 6

La $f(x, y, z) = x^3y + z^2x$.

- a) Finn gradienten til f i punktet $(1, 1, 1)$.
- b) Finn ligningen til tangentplanet til flaten $S_2 = \{(x, y, z) : f(x, y, z) = 2\}$ i punktet $(1, 1, 1)$.

Oppgave 7

Vis at funksjonen

$$f(x, y) = \begin{cases} (x + y)^3 \sin\left(\frac{1}{x+y}\right) & \text{for } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{for } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

er deriverbar i punktet $(0, 0)$.

Oppgave 8

La $g(x, y) = x^2 - y^2$. Finn ligningen for tangentplanet til grafen $z = g(x, y)$ i punktet $(1, 1, 0)$.