MA1103 Flerdimensjonal analyse, vår 2018

Øving 1

Innleveringsfrist: Søndag 21. januar kl 23:59

Oppgave 1

Finn alle verdier t slik at $(t, 1, t)$ og $(t, -6, 1)$ er ortogonale.

Oppgave 2

Finn vinkelen mellom vektorene $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ og $\mathbf{b} = (-1, 0, 1)$. Finn også projeksjonen av $\mathbf{a}$ ned på $\mathbf{b}$.

Oppgave 3 (1.2:13)

Per påstår at han har to vektorer $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$ slik at $\|\mathbf{a}\| = 3$, $\|\mathbf{b}\| = 2$ og $\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\| = 7$. Hvorfor tror du ikke på ham?

Oppgave 4 (1.2:15)

Vis at for alle $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ er $\|\mathbf{x}\| - \|\mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$, og konkluder med at $|\|\mathbf{x}\| - \|\mathbf{y}\|| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$. Dette kalles ofte *den omvendte trekantulikheten*.

Oppgave 5 (1.2:25)

To skip er på kryssende kurs. Ved tiden $t = 0$ er det ene skipet i punktet $(0, 4)$, og det andre skipet i punktet $(39, 14)$ (alle avstander er målt i nautiske mil). Det første skipet beveger seg parallelt med vektoren $(3, 4)$ med en fart av 15 knop (1 knop = 1 nautisk mil per time). Det andre skipet beveger seg parallelt med vektoren $(-12, 5)$ med en fart av 13 knop.

a) Hvor vil kursene krysse hverandre?

b) Vil skipene kollidere?

Oppgave 6 (1.4:2)

Finn arealet til parallellogrammet utspent av $\mathbf{a} = (-2, 3, 1)$ og $\mathbf{b} = (4, 0, -2)$.

Oppgave 7

Finn en ligning for linjen som går gjennom punktet $(1, -2, -3)$ og som står ortogonalt på planet gitt ved

$3x - y - 2z + 4 = 0.$

Oppgave 8

Regn ut $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(AB)$ and $\det(A+B)$ for

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 9

Finn volumet til parallellepipedet utspent av $(-1, 0, 2), (3, -1, 3)$ og $(4, 0, -1)$.

Oppgave 10 (1.8:9)

Anta at $D := \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \neq 0.$

a) Vis at ligningssystemet $a_1x + b_1y = c_1$, $a_2x + b_2y = c_2$ har løsningen

$$x = \frac{1}{D} \det \begin{pmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{pmatrix}, \qquad y = \frac{1}{D} \det \begin{pmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{pmatrix}.$$

b) Hva skjer med ligningssystemet når $D = 0$?