

Flerdimensjonal analyse (MA1103)

Øving 3

Oppgave 1 (2.3: 1)

Finn grenseverdiene

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{e^{x+y}}{x^2+3y}$,

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{xy} \cos(x+y)$.

Oppgave 2

Anta at

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^6} & \text{for } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{for } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Vis at f er ikke kontinuerlig i punkt $(0,0)$.**Oppgave 3** (2.4: 1)Finn de partiellderiverte til f .

a) $f(x, y) = x^3y + 3xy^4$

b) $f(x, y) = \frac{x^2+x^3}{y}$

c) $f(x, y) = x^2 \ln(xy^2)$

d) $f(x, y, z) = (x+y)e^{-z}$

Oppgave 4 (2.4: 2)

Finn gradienten til funksjonen:

a) $f(x, y) = x^2y$

b) $f(u, v, w) = we^{u \cos(v)}$

Oppgave 5 (2.4: 3)Finn den retningsderiverte $f'(\mathbf{a}; \mathbf{r})$:

a) $f(x, y) = 3xy + y^2$; $\mathbf{a} = (1, 2)$; $\mathbf{r} = (3, -1)$

b) $f(x, y) = \ln(x + y^2)$; $\mathbf{a} = (1, 0)$; $\mathbf{r} = (-1, 1)$

Oppgave 6 (2.4: 4)

I hvilken retning vokser funksjonen hurtigst i det angitte punktet?

a) $f(x, y) = -x^2y + 7y^3$; $\mathbf{a} = (4, -3)$

b) $f(x, y, z) = (x^2 - y^2)e^z$; $\mathbf{a} = (1, -1, 3)$

Oppgave 7 (2.4: 7)

Anta at

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2} & \text{for } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{for } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Vis at $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$ og $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$. Hva er $\nabla f(0, 0)$?

b) Vis at selv om de retningsderiverte til f eksisterer i $\mathbf{0}$, er funksjonen verken kontinuerlig eller deriverbar i punktet.

c) Bruk definisjonen av retningsderivert til å vise at $f(\mathbf{0}; \mathbf{r}) = \frac{r_1^2}{r_2}$ der $\mathbf{r} = (r_1, r_2)$, $r_2 \neq 0$.

d) Vis at for denne funksjonen gjelder ikke likheten $f(\mathbf{0}; \mathbf{r}) = \nabla f(\mathbf{0}) \cdot \mathbf{r}$. Hvorfor motsier det ikke setning 2.4.8?

Oppgave 8

Begrunn at funksjonen $f(x, y) = (x + y)^3 \sin\left(\frac{1}{x+y}\right)$ er deriverbar i $(0, 0)$.

Oppgavene finnes i boka *Flervariabel analyse med lineær algebra* av T.Lindstrøm og K.Hveberg. Se henvisningen i parentes.