MA1102 Grunnkurs i analyse II — Kandidatnummer:____________

Semesterprøve mandag 10/3 2009, 08:15–09:30

På denne siden er det seks flervalgsspørsmål som teller to poeng hver. Sett et kryss i riktig boks. Du trekkes ikke for feil svar, men flere kryss på en oppgave gir null poeng. På baksiden er det en oppgave der utregning og begrunnelse skal vises. Denne oppgaven teller åtte poeng og vil bli vurdert både på riktighet og helhet i argumentasjonen. Svaret på denne oppgaven skal skrives på baksiden.

Oppgave 1: Stigningstallet til den parametriske kurven $x = t^3 + t,\ y = 1 - t^3$ når $t = 1$ er

a) ☐ -1 b) ☐ $-\frac{3}{4}$ c) ☐ 0 d) ☐ $\frac{4}{3}$ e) ☐ 1

Oppgave 2: Kurven gitt i polarkoordinater ved $r = \dfrac{1}{1-\cos\theta}$ kan gis i kartesiske koordinater ved

a) ☐ $x = \dfrac{y^2-1}{2}$ b) ☐ $y = \dfrac{x^2-1}{2}$ c) ☐ $y = x+1$ d) ☐ $y = \dfrac{x+1}{2}$ e) ☐ $x = \dfrac{y-1}{2}$

Oppgave 3: Hvilket av kjeglesnittene har y aksen som styrelinje?

a) ☐ Parabelen gitt ved $x = y^2$.
b) ☐ Hyperbelen gitt ved $xy = 1$.
c) ☐ Sirkelen med radius 1 og sentrum i $(-1, 1)$.
d) ☐ Ellipsen med brennpunkt i $(3, 0)$ og $(5, 0)$ og toppunkt i $(2, 0)$ og $(6, 0)$.
e) ☐ Parabelen med toppunkt i $(2, 1)$ og brennpunkt i $(3, 1)$.

Oppgave 4: Hvilken av rekkene nedenfor konvergerer mot 1000?

a) ☐ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 1^n$ b) ☐ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 0,999^n$ c) ☐ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 1000\left(\frac{1}{2}\right)^n$ d) ☐ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 10^{-n}$ e) ☐ $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} 0,9^n$

Oppgave 5: Hvilket av følgende utsagn er **ikke sant**?

a) ☐ Hvis rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer absolutt, så må rekken $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ også konvergere absolutt.
b) ☐ Hvis $|a_n| < 2^{-n}$, så må rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergere.
c) ☐ Hvis følgen $\{a_n\}$ konvergerer, så må rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergere.
d) ☐ Hvis rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer, så må følgen $\{a_n\}$ konvergere.

Oppgave 6: Hvilken av påstandene om funksjonen $f(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t,\ x > 0$, er **ikke sann**?

a) ☐ $f(1) = 0$ b) ☐ $f(xy) = f(x)f(y)$ c) ☐ $f'(x) = 1/x$
d) ☐ $f(x^n) = nf(x)$ når n er et heltall.
e) ☐ For ethvert tall $u \in \mathbf{R}$ så finnes det nøyaktig ett tall $y \in \mathbf{R}_+$ slik at $f(y) = u$.

Oppgave 7: Finn et estimat for $\sqrt{1\,000\,001}$ som har en feil mindre enn 10^{-15}. (Du kan gi svaret som en brøk hvis du vil.) Svaret skal begrunnes, og skal gis på plassen nedenfor.