MA1102 Grunnkurs i analyse II — Studentnummer:________________

Semesterprøve fredag 6/3 2009, 08:15–09:30

På denne siden er det seks flervalgsspørsmål som teller to poeng hver. Sett et kryss i riktig boks. På baksiden er det en oppgave der utregning og begrunnelse skal vises. Denne oppgaven teller åtte poeng og vil bli vurdert både på riktighet og helhet i argumentasjonen.

Oppgave 1: Hva er buelengden til kurven med parametrisering $x = 1 + 3t^2$, $y = 4 + 2t^3$, $0 \leq t \leq 1$?

a)☐ $\sqrt{2} - 2$ b)☐ $2\sqrt{2} - 2$ c)☐ $4\sqrt{2} - 2$ d)☐ $2 - \sqrt{2}$ e)☐ $4 - \sqrt{2}$

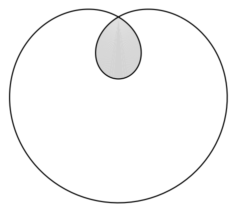
Oppgave 2: Kurven beskrevet i polarkoordinater ved $r = 1 - 2\sin\theta$ for $0 \leq \theta \leq 2\pi$ er vist på figuren. Hva er arealet til det skraverte området?

a)☐ $\int_{\pi/6}^{5\pi/6} (1 - 2\sin\theta)^2/2\, d\theta$

c)☐ $\int_0^{2\pi} \sqrt{5 - 4\sin\theta}\, d\theta$

b)☐ $\int_0^{2\pi} (1 - 2\sin\theta)^2/2\, d\theta$

d)☐ $\int_{5\pi/4}^{7\pi/4} (1 - 2\sin\theta)^2/2\, d\theta$



Oppgave 3: Hvilket av kjeglesnittene har et brennpunkt i $(2, 1)$?

a)☐ Hyperbelen med toppunkt i $(0, 1)$ og $(0, -1)$ og asymptoter gitt ved $y^2 - x^2 = 0$.
b)☐ Parabelen som har styrelinje $x = -2$ og som går gjennom punktene $(2, 0)$ og $(2, 2)$.
c)☐ Ellipsen med styrelinjer i $x = -8$ og $x = 8$ og et av toppunktene i $(4, 1)$.
d)☐ Sirkelen med radius 4 og sentrum i origo.

Oppgave 4: Hvilken av følgene nedenfor konvergerer **ikke** mot 1?

a)☐ $\{\cos(1/n)\}$ b)☐ $\left\{\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\right\}$ c)☐ $\{n \sin(1/n)\}$ d)☐ $\left\{\frac{\ln n}{n}\right\}$ e)☐ $\{1 - 0{,}2^n\}$

Oppgave 5: En av rekkene nedenfor **divergerer**, hvilken?

a)☐ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{n4^n}$ b)☐ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$ c)☐ $\sum_{n=2}^{\infty} e^{-n}$ d)☐ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ e)☐ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$

Oppgave 6: Hvilket av følgende utsagn er **usant**?

a)☐ Hvis følgen $\{a_n\}$ er avtagende og har en nedre skranke, så konvergerer følgen.
b)☐ Hvis følgen $\{a_n\}$ konvergerer så, har den en øvre skranke.
c)☐ Hvis følgen $\{a_n\}$ konvergerer, så må også følgen $\{|a_n|\}$ konvergere.
d)☐ Hvis følgen $\{|a_n|\}$ konvergerer, så må også følgen $\{a_n\}$ konvergere.

Oppgave 7: Bruk et Taylorpolynom til $f(x) = \sin x$ for å finne et estimat for $\sin(1/1000)$ som har en feil mindre enn 10^{-12}. (Du kan gi svaret som en brøk hvis du vil.) Svaret skal begrunnes, og skal gis på plassen nedenfor.