



Faglig kontakt under eksamen:  
Harald Hanche-Olsen (735 93525)

## EKSAMEN I GRUNNKURS I ANALYSE II (MA1102/MA6102)

Onsdag 30. mai 2012  
Tid: 09:00 – 13:00  
Sensur 20. juni 2011

Hjelpemidler (Kode D): Bestemt kalkulator (Citizen SR-270X eller HP 30S)

*Alle svar skal ha en god begrunnelse.  
Ufullstendige svar gir delvis uttelling.  
Du finner et ark med formler etter oppgavene.*

**Oppgave 1** Finn Taylorpolynomet av andre grad til  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  om  $x = 1$ .

**Oppgave 2** Vis at det finnes nøyaktig én  $x_* > 0$  med  $\arctan(2x_*) = x_*$ , og finn en tilnærmet verdi for  $x_*$  ved å utføre to trinn av Newtons metode med startverdien  $x_0 = 1$ .

**Oppgave 3**

- a. For hvilke verdier av  $x$  konvergerer rekken  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n+1}$ ?
- b. Finn summen av rekken i **a** for alle  $x$  der den konvergerer.

**Oppgave 4** En kurve er gitt i polarkoordinater ved

$$r = \frac{1}{\cos(\theta/3)}, \quad |\theta| < \frac{3\pi}{2}.$$

- a. Finn grenseverdiene til  $x$  og  $y$  på kurven når  $\theta \rightarrow \pm \frac{3\pi}{2}$ , og skissér kurven.  
(Pass litt på: Kurven er ikke lukket. Den går en og en halv gang rundt origo.)
- b. En del av kurven omslutter et begrenset område i planet. Finn arealet av dette området.

**Oppgave 5** Finn summen av hver av de to rekkene

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^2)!} \quad \text{og} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n^2)!}$$

med nøyaktighet bedre enn  $10^{-4}$ .

(Her er det forholdsvis enkelt å finne et plausibelt og korrekt svar, så i sensuren teller en korrekt og fullstendig begrunnelse tungt.)

**Oppgave 6** Finn en løsning til differensiallikningen

$$y' = \frac{xy + y^2}{x^2} \quad \text{med} \quad y(1) = 1.$$