



Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens (73 55 02 28)

EKSAMEN I GRUNNKURS I ANALYSE II (MA1102/MA6102)

Fredag 21. mai 2010
Tid: 09:00 – 13:00 Sensur 14. juni 2010

Hjelpemidler (Kode D): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)

*Alle svar skal ha en god begrunnelse.
Du finner et ark med formler etter oppgavene.*

Oppgave 1 Finn tredjegrads Taylorpolynomet til $f(x) = x^{1/3}$ om $x = 8$.

Oppgave 2

- a) For hvilke x konvergerer rekken $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$? Hva med rekken $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{x}{2}\right)^n$?
- b) Finn summen til rekken $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Oppgave 3 La K være kurven gitt i polarkoordinater ved $r = 2 \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ og C kurven gitt ved $r = 2 \cos \theta$, $0 \leq \theta \leq \pi/2$. La A være området bestående av de punktene som ligger mellom K og C . Lag en skisse av kurvene, skraver området A , og finn arealet av A .

Oppgave 4 Vi ser på funksjonen $f(x) = 2^{x^2}$ og skal estimere integralet $I = \int_{-2}^2 f(x)dx$.

- a) Bruk trapesmetoden med fire delintervall for å finne en tilnærming, T_4 , til integralet.
- b) Gi et tall n slik at du kan garantere at T_n , trapesmetoden med n delintervall, avviker høyst 10^{-15} fra I . For integralet i denne oppgaven er det også mulig å avgjøre om trapesmetoden gir et overestimat, $T_n \geq I$, eller et underestimat, $T_n \leq I$. Gjør dette.

Oppgave 5 Hvis rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer absolutt, hva kan du da si om konvergens av rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$?

Oppgave 6 Du er gitt en stokk med endepunkt A og B . P er et fast punkt på stokken, med avstand a til A og b til B . Stokken kan bevege seg i xy -planet, men bare slik at endepunktet A er på x -aksen og endepunktet B er på y -aksen. P tegner en kurve når stokken beveger seg mellom alle tillatte posisjoner. Gi en fullstendig karakterisering av denne kurven.

Nedenfor er en figur der stokken er tegnet inn i to ulike tillatte posisjoner.

