

i Første sider

Institutt for institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i MA1102/6102 Grunnkurs i analyse II

Eksamensdato: 07.05.20

Eksamenstid: 09:00 – 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A / Alle hjelpemidler tillatt

Faglig kontakt under eksamen: Eduard Ortega

Tlf.: 46760087

Teknisk hjelp under eksamen: [NTNU Orakel](#)

Tlf: 73 59 16 00

ANNEN INFORMASJON:

- Gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet.
- Dere vil få anledning til å vise fulle utregninger og begrunnelser på enkelte eksamensoppgaver. Riktig svar uten begrunnelse vil gi full uttelling, men om dere viser argumentasjonen deres er det mulig å få delvis uttelling selv om svaret ikke blir helt riktig. Dette er mulig på oppgavene 4, 5, 6, og 7.
- **Lagring:** Besvarelsen din i Inspira Assessment lagres automatisk. Jobber du i andre programmer – husk å lagre underveis.
- **Juks/plagiat:** Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Det er tillatt å bruke hjelpemidler. Alle besvarelser blir kontrollert for plagiat
- **Varslinger:** Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspira. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.
- **Vekting av oppgavene:** Alle 8 oppgaver teller likt ved karaktersetting.

OM LEVERING:

- **Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger**, forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert.
- **Trekk fra eksamen:** Ønsker du å levere blankt/trekke deg, gå til hamburgermenyen i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.
- **Tilgang til besvarelse:** Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

1 Oppgave 1

La \mathcal{E} være en kjeglesnitt med ligning $4x^2 - 5y^2 - 5 = 0$.
Bestem hvilket type av kjeglesnitt er \mathcal{E} .

Velg ett alternativ

- Sirkel
- Ellipse
- Parabel
- Hyperbel

Finn eksentrisitet av \mathcal{E} : (Bruk bare 4 desimaler)

Finn Store halvakse a av \mathcal{E} : (Bruk bare 4 desimaler)

Finn Lille halvakse b av \mathcal{E} : (Bruk bare 4 desimaler)

Maks poeng: 10

2 Oppgave 2

a) Funksjonsfølgen $f_n(x) = \frac{n^2}{1+n^2x^2+n^2}$ definert på interval $[-1, 1]$ konvergerer

- punktvis men ikke uniformt
- uniformt

mot funksjon

- $f(x) = 1$
- $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- $f(x) = \frac{1}{x^2}$
- $f(x) = 0$

b) Funksjonsfølgen $f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right)$ definert på interval \mathbb{R} konvergerer

- punktvis men ikke uniformt
- uniformt

mot funksjon

Velg ett alternativ

- $f(x) = \sin(x)$
- $f(x) = 1$
- $f(x) = 0$
- $f(x) = x$

Maks poeng: 10

3 Oppgave 3

I hver deloppgave under, avgjør om summen konvergerer eller divergerer.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

- Konvergerer
- Divergerer

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+n)^n}{(3n^2+1)^{2n}}$

- Divergerer
- Konvergerer

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(2n)!}$

- Konvergerer
- Divergerer

d) $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \sin(n) + \cos(n^2)}{n^2+n}$

- Divergerer
- Konvergerer

Maks poeng: 10

4 Oppgave 4

Skriv Maclaurinrekken til funksjonen $f(x) = \frac{1}{2}\ln(4 + x^2)$ og gi konvergensradien av den.

Format | **B** | *I* | U | x_2 | x^2 | I_x | | | | | | | Ω | | | Σ |

Words: 0

Maks poeng: 10

5 Oppgave 5

Bruk Eulers formel til å finne $\cos(a + b + c)$ og $\sin(a + b + c)$ uttrykt ved $\cos(a)$, $\cos(b)$, $\cos(c)$ og $\sin(a)$, $\sin(b)$, $\sin(c)$.

Format | **B** | *I* | U | x_2 | x^2 | I_x | | | | | | | Ω | | | Σ | |

Words: 0

Maks poeng: 10

6 **Oppgave 6**

Finn løsningen av differensialligningen $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ med $y(0) = 1$ og $y'(0) = 1$.

Format | **B** | *I* | U | x_2 | x^2 | I_x | | | | | | | Ω | | | Σ | ABC |

Words: 0

Maks poeng: 10

7 **Oppgave 7**

Finn potensrekkeløsningen $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ av differensiallikningen $y'' + xy' + y = 0$ med initialbetingelser $y(0) = 1$ og $y'(0) = 0$.

Format | **B** | *I* | U | x_2 | x^2 | I_x | | | | | | | Ω | | | Σ | ABC |

Words: 0

Maks poeng: 10

8 Oppgave 8

La $y(x)$ være løsningen av $(x^2 + 1)y' - xy + 1 = 0$ med $y(0) = 1$. Bruk Eulers metode med $h = 0.1$ til å approksimere verdien av $y(x)$ i punktene

$$x_0 = 0 \quad y_0 = 1$$

$$x_1 = 0.1 \quad y_1 = \boxed{} \text{ (Bruk bare 4 desimaler)}$$

$$x_2 = 0.2 \quad y_2 = \boxed{} \text{ (Bruk bare 4 desimaler)}$$

$$x_3 = 0.3 \quad y_3 = \boxed{} \text{ (Bruk bare 4 desimaler)}$$

Maks poeng: 10